

## MODELAGEM COMPUTACIONAL DO FLUXO SOLAR GLOBAL INCIDENTE EM REGIÕES TÍPICAS DO ESTADO DO CEARÁ

**Marcos Pimenta de Abreu** – deabreu@iprj.uerj.br

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Departamento de Modelagem Computacional

**Fernando Pinto Ramalho** – fpramalho@gmail.com

**Francisco Sales Ávila Cavalcante** – fsales@uece.br

Universidade Estadual do Ceará, Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas

**Otacílio Leandro de Menezes Neto** – otacilio@funceme.br

**Alexandre Araújo Costa** – alex@funceme.br

Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos

### 1.1 Radiação Solar.

**Resumo.** *Descrevemos as linhas gerais de um projeto de cooperação técnico-científica envolvendo o Departamento de Modelagem Computacional da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, o Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas da Universidade Estadual do Ceará e a Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos. Esse projeto visa ao desenvolvimento e uso de um modelo computacional avançado para estimativa do fluxo solar global que incide sobre regiões típicas (litorânea, serrana, semi-árido) do estado do Ceará. Após uma apresentação do contexto e dos objetivos do projeto, será feita uma exposição das características gerais, vantagens e limitações de duas formulações clássicas de problemas de transporte de radiação solar em atmosferas planetárias: a formulação dois fluxos (two-stream), que constitui a base teórica do modelo radiativo computacional imerso no sistema de modelagem atmosférica de mesoescala RAMS, e a formulação mais precisa de ordenadas discretas (N-stream,  $N \gg 2$ ). A partir dessa formulação mais precisa, serão apresentadas as etapas de desenvolvimento de um modelo computacional para estimativa de fluxos solares incidentes em cada uma das faixas espectrais ultravioleta, visível e infravermelho próximo. Este modelo será validado através de simulações computacionais de estimativas de fluxo solar global incidente em regiões típicas do estado do Ceará e de comparações com dados adquiridos por algumas Plataformas de Coleta de Dados operadas pela Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos.*

**Palavras-chave:** Fluxo solar global incidente, Aproximação dois fluxos, Aproximação de ordenadas discretas, Métodos espectro-nodais.

## 1. INTRODUÇÃO

Desde a Revolução Industrial no século XVIII, a humanidade começou a fazer uso dos combustíveis fósseis com maior intensidade, notadamente com o advento da caldeira a alta pressão e da máquina rotatória a vapor, que tinham o carvão mineral como combustível. No século XIX, o petróleo começou a ser utilizado nos países industrializados como fonte térmica alternativa e propulsor de máquinas e veículos. Estes combustíveis logo constituíram a base da matriz energética dos meios de produção e serviços em escala mundial, movimentando aviões, automóveis, navios etc, além de gerarem grande parte da energia elétrica através das usinas termelétricas a carvão, óleo diesel e, mais recentemente, gás natural (Hemery *et al.*, 1993).

Os combustíveis fósseis não são renováveis. Estimativas apontam que o petróleo teria cerca de 60 anos de disponibilidade nas atuais taxas de consumo e o carvão mineral cerca de 400 anos (EIA, 2007). Outro fator complicador para o uso dos combustíveis fósseis pelas gerações futuras nas atuais taxas é o postulado aquecimento global. O uso intensivo de combustíveis fósseis, que serviram de base para o crescimento da civilização industrial em que vivemos, aumentou significativamente a concentração de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) na troposfera terrestre. O  $\text{CO}_2$  é um gás associado ao efeito estufa, isto é, reduz o efeito do resfriamento do planeta pela emissão natural de radiação de onda longa (infravermelha térmica) para o espaço exterior, contribuindo para o aumento da temperatura da Terra. Deve-se observar que o efeito estufa em si não é prejudicial, já que ele mantém a temperatura efetiva da superfície da Terra por volta de  $17^\circ\text{C}$  (Goody e Yung, 1995). No entanto, a emissão de gases poluentes, como o  $\text{CO}_2$  e o metano ( $\text{CH}_4$ ) na atmosfera tende a provocar até o final do século XXI um aumento da temperatura efetiva da superfície do planeta entre  $1,8$  e  $4^\circ\text{C}$  (UNEP, 2007), o que poderia gerar uma série de conseqüências indesejáveis como a elevação do nível médio dos oceanos, submergindo regiões costeiras, e a redução das regiões agricultáveis dentre outras. Uma forma de se mitigarem esses problemas é a mudança da base da matriz energética mundial, reduzindo a dependência energética nos combustíveis fósseis. Neste contexto, a utilização de fontes de energias alternativas, como a solar, a biomassa e a eólica, vem crescendo de forma significativa no mundo nos últimos 10 anos (Palz, 1995; Tolmasquim, 2003). Esse crescimento é amparado pelo desenvolvimento científico e tecnológico na utilização dessas fontes alternativas e é impulsionado pela pressão social, a qual gera mecanismos políticos e econômicos de incentivo a essas fontes alternativas.

A energia que recebemos do Sol, além de indispensável para a existência de vida na Terra (da forma como a ciência entende existência, vida e Terra), pode ser aproveitada para gerar energia elétrica e para aquecimento. Nas regiões Sul e Sudeste do Brasil, por exemplo, o aquecimento de água é importante, pois os invernos apresentam temperaturas baixas, e o uso de energia solar para aquecimento evita o consumo de combustíveis fósseis. A conversão de energia solar em elétrica se dá através de células fotovoltaicas, que são dispositivos semicondutores que produzem uma corrente elétrica quando expostos à luz. Esse tipo de uso da energia solar enfrenta dois problemas básicos: a intermitência causada pelo ciclo diurno do sol e a ocorrência de nuvens que diminui a energia que chega nas células fotovoltaicas. Outro problema é seu baixo rendimento. Embora as células fotovoltaicas de silício monocristalino, por exemplo, já atinjam em laboratório eficiência de conversão de até 28%, o rendimento das células disponíveis comercialmente se situa na faixa de 12% a 15%. Felizmente, as pesquisas na área fotovoltaica vêm avançando a passos largos, tendo como resultado a implantação a nível mundial de usinas fotovoltaicas de 5 a 10 MW integradas à rede elétrica de transmissão (Quaschnig e Muriel, 2001).

O estado do Ceará, assim como todo o Nordeste, é abastecido de energia elétrica proveniente das hidrelétricas de Tucuruí, localizada no rio Tocantins, e de Paulo Afonso, Xingó, Itaparica, Sobradinho e Três Marias, localizadas no rio São Francisco. As distâncias entre essas hidrelétricas e os centros consumidores do Nordeste fazem com que as perdas de energia devido à transmissão e, conseqüentemente, os custos de transmissão e distribuição da energia sejam altos. Esse quadro é agravado pela inexistência de novos aproveitamentos hídricos de grande escala na região, sendo que as novas hidrelétricas propostas para atendimento da (crescente) demanda da região Nordeste, como Belo Monte, estão localizadas na região Amazônica. Cabe observar que, como ficou demonstrado durante a crise de abastecimento do setor elétrico em 2001 e 2002, a grande dependência do Nordeste na fonte hídrica faz com que a região seja particularmente vulnerável às condições climáticas, o que por sua vez acaba resultando em uma dificuldade ainda maior de atração de novos investimentos para a região. Por outro lado, sistemas de geração fotovoltaica podem ser instalados em regiões isoladas e gerar energia elétrica de forma descentralizada, além de permitir que a água, recurso escasso no semi-árido nordestino, seja utilizada para outros fins (consumo e irrigação). No caso do estado do Ceará, o custo médio por residência da eletrificação rural vem aumentando gradativamente (Amaral Filho, 2004), fazendo com que a geração fotovoltaica seja cada vez mais uma opção atrativa.

O crescimento da demanda de energia elétrica no Nordeste, aliado às condições climáticas extremamente favoráveis, faz com que a região seja alvo de estudos de viabilidade de implantação de centrais solares ligadas à rede elétrica de transmissão da Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF). Pode-se aludir que, em algum momento, poderemos ter no semi-árido nordestino usinas fotovoltaicas da ordem de 100 MW, semelhante à proposta atualmente para Portugal na região do Alentejo, ou usinas solares térmicas, como a existente no deserto de Mojave nos EUA, com potência nominal de 350 MW (Groenendaal, 2002). Para que essa alusão se concretize em um futuro próximo, o mapeamento preciso da radiação solar global incidente é indispensável. Tal mapeamento permite que projetos de instalação de geradores fotovoltaicos (isolados ou integrados à rede elétrica) e de aproveitamento de energia solar pelas mais diversas tecnologias possam ser desenvolvidos numa base sólida, reduzindo o risco para os investidores (públicos ou privados) e, conseqüentemente, aumentando a atratividade da implantação.

Neste trabalho, descrevemos as linhas gerais de um projeto de cooperação técnico-científica envolvendo o Departamento de Modelagem Computacional da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (DMC/UERJ), o Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas da Universidade Estadual do Ceará (MCFA/UECE) e a Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME). Esse projeto se fundamenta cientificamente na revisão crítica de um modelo computacional tradicional e no desenvolvimento e uso de um modelo computacional avançado para estimativa do fluxo solar global que incide em regiões típicas (litorânea, serrana, semi-árido) do estado do Ceará. Em relação ao modelo tradicional, apresentaremos e discutiremos as bases teóricas, características gerais, vantagens e limitações da aproximação dois fluxos (two-stream) integrada em faixas espectrais (ultravioleta, visível e infravermelho próximo) para problemas multicamada de transferência radiativa em atmosferas planetárias (Goody e Yung, 1995; Thomas e Stamnes, 1999; Liou, 2002). Essa aproximação constitui a base teórica do módulo radiativo do sistema computacional de modelagem atmosférica de mesoescala RAMS, cf. Regional Atmospheric Modeling System (Tremback e Walko, 2005), com o qual alguns autores deste trabalho desenvolvem trabalhos em climatologia regional e, mais recentemente, orientam trabalhos de mestrado (Menezes Neto, 2007) em metodologias para estimativas da radiação solar global incidente em áreas do nordeste, em geral, e em regiões típicas do estado do Ceará, em particular. Nessas estimativas, são utilizados os resultados gerados pelo RAMS para fluxo solar global incidente e correspondentes fluxos adquiridos pelas plataformas de coleta de dados (PCDs) operadas pela FUNCEME, para fins de validação dos resultados gerados pelo RAMS. Em relação ao modelo avançado, será considerada a formulação mais precisa de  $N$  fluxos (ordenadas discretas,  $N \gg 2$ ). Para essa formulação mais precisa, desenvolveremos um modelo computacional específico para estimativa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral. Para tanto, faremos uso de métodos espectro-nodais de ordenadas discretas recentemente desenvolvidos pelo primeiro autor deste trabalho (de Abreu, 2004a-c; 2005a-d; 2006a-d). O modelo resultante será validado através de simulações computacionais de estimativas de fluxo solar global incidente em regiões típicas do estado do Ceará e de comparações com dados adquiridos pelas PCDs. Nessas simulações computacionais, as representações multicamada da atmosfera em regiões típicas serão definidas pela composição química e estrutura térmica da atmosfera-padrão utilizada pelo RAMS na modelagem atmosférica do estado do Ceará e pelas características regionais (litorânea, serrana, semi-árido) de ocorrência de nuvens, de aerossóis e refletância superficial (especular e Lambertiana) em cada faixa espectral.

## 2. OBJETIVOS

Além do desenvolvimento e uso de um modelo computacional de ordenadas discretas para estimativa do fluxo solar global incidente em regiões típicas (litorânea, serrana, semi-árido) do estado do Ceará, são objetivos do presente projeto de cooperação:

i) Utilizar as estimativas obtidas para dar mais robustez científica ao Atlas Solarimétrico do Estado do Ceará. Este Atlas (em fase de desenvolvimento) vem de encontro ao propósito de se dispor de uma publicação científica que registre/divulgue a vocação solar do estado ao público em geral, e a investidores públicos e privados em particular, para projetos de instalação no estado de centrais fotovoltaicas e/ou solares térmicas interligadas ou não à rede elétrica da CHESF;

ii) Contribuir para a abertura de novas linhas de pesquisa no recém-recomendado Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas da UECE na área de concentração Radiação Atmosférica;

iii) Dar suporte científico à concepção e implementação de um programa estadual de monitoração de índices de radiação ultravioleta B, face à expectativa de valores relativamente altos para o fluxo solar global na faixa ultravioleta B. Tal programa poderia contar com a participação das Secretarias de Estado da Saúde (SESA), da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (SECITECE), de Educação (SEDUC) e da Superintendência Estadual do Meio Ambiente (SEMACE).

## 3. METODOLOGIA

### 3.1 Problema multicamada de transporte de radiação

Uma vez que estamos interessados em estimar a grandeza fluxo solar global, descreveremos matematicamente o transporte de radiação solar em uma atmosfera planetária verticalmente não-homogênea através da equação integrodiferencial parcial de primeira ordem (Goody e Yung, 1995; Liou, 2002)

$$\mu \frac{\partial}{\partial \tau} I(\tau, \mu) + I(\tau, \mu) = \frac{\varpi(\tau)}{2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) \beta_{\ell}(\tau) P_{\ell}(\mu) \int_{-1}^1 d\mu' P_{\ell}(\mu') I(\tau, \mu'), \tau \in \Omega \equiv [0, \tau_R], -1 \leq \mu \leq 1. \quad (1)$$

A quantidade  $\tau$  representa a variável ótica definida em um domínio multicamada  $\Omega$  com limites  $\tau = 0$  (topo da atmosfera) e  $\tau = \tau_R$  (superfície planetária);  $\mu$  é o cosseno do ângulo definido pela normal ao domínio multicamada e pela direção de propagação da radiação solar;  $I(\tau, \mu)$  representa a intensidade específica (intensidade mediada no ângulo azimutal e integrada na faixa espectral) do campo radiativo solar em uma profundidade ótica  $\tau$  e nas direções definidas pelo cosseno  $\mu$ ;  $\varpi(\tau)$  é o albedo de espalhamento simples em uma profundidade ótica  $\tau$ ;  $(2\ell+1)\beta_{\ell}(\tau)$  é a componente de ordem  $\ell$  da expansão da função de fase de espalhamento em polinômios de Legendre e  $P_{\ell}(\mu)$  é o polinômio de Legendre de grau  $\ell$  em  $\mu$ . Consideramos que o domínio  $\Omega$  é formado por R camadas homogêneas, contíguas e disjuntas. Portanto, as quantidades  $\varpi(\tau)$  e  $\beta_{\ell}(\tau)$  para todo  $\ell$  na equação (1) são funções constantes por partes em  $\Omega$ . Observamos que as quantidades  $\tau_R$ ,  $\varpi$  e  $\beta_{\ell}$  dependem da faixa espectral considerada (ultravioleta, visível ou infravermelho próximo) e, nas camadas mais próximas da superfície planetária,  $\varpi$  e  $\beta_{\ell}$  dependem das características regionais de ocorrência de nuvens e aerossóis. A condição de contorno para a intensidade específica no topo da atmosfera é dada por

$$I(0, \mu) = I_0 \delta(\mu - \mu_0), \mu > 0, \mu_0 > 0, \quad (2)$$

onde  $\mu_0$  representa o cosseno do ângulo solar zenital (Goody e Yung, 1995),  $2\pi\mu_0 I_0$  representa o fluxo solar incidente no topo da atmosfera e na faixa espectral considerada, enquanto  $\delta$  denota a clássica distribuição de Dirac. A condição de contorno para a intensidade específica na superfície planetária é dada por

$$I(\tau_R, -\mu) = \rho_{e,R} I(\tau_R, \mu) + 2\rho_{L,R} \int_0^1 I(\tau_R, \mu') \mu' d\mu', \mu > 0, \quad (3)$$

onde  $\rho_{e,R}$  e  $\rho_{L,R}$  denotam, respectivamente, as refletâncias especular e Lambertiana (difusa) da superfície planetária na faixa espectral considerada e na região de interesse. A equação de transporte de radiação solar (1) mais as condições de contorno incidente no topo da atmosfera (2) e reflexiva na superfície planetária (3) para cada faixa espectral e região de interesse formam o problema de transporte de radiação solar objeto deste trabalho. O fluxo solar incidente em cada faixa espectral e cada região de interesse é dado por

$$q_+(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I(\tau_R, \mu), \quad (4)$$

e o fluxo solar global incidente em uma região de interesse é dado pelo somatório em todas as faixas espectrais dos fluxos solares incidentes da forma (4).

### 3.2 Decomposição de Chandrasekhar

O problema de transporte de radiação solar definido na Subseção 3.1 é tradicionalmente decomposto em duas partes: problema direto e problema difuso. No contexto de transferência radiativa em atmosferas planetárias e estelares, essa decomposição se deve a S. Chandrasekhar (1950) e visa a capturar (isolar) a singularidade (delta de Dirac) da condição de contorno incidente (1). O problema direto é formado pela equação diferencial parcial de primeira ordem

$$\mu \frac{\partial}{\partial \tau} I^u(\tau, \mu) + I^u(\tau, \mu) = 0, \quad \tau \in \Omega, \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad (5)$$

onde  $I^u$  é a componente direta (uncollided) da intensidade específica  $I$ , e pelas condições de contorno

$$I^u(0, \mu) = I_0 \delta(\mu - \mu_0), \quad \mu > 0, \quad \mu_0 > 0, \quad \text{e} \quad I^u(\tau_R, -\mu) = \rho_{e,R} I^u(\tau_R, \mu), \quad \mu > 0. \quad (6)$$

O problema difuso é formado pela equação integrodiferencial parcial de primeira ordem

$$\mu \frac{\partial}{\partial \tau} I^d(\tau, \mu) + I^d(\tau, \mu) = \frac{\varpi(\tau)}{2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) \beta_{\ell}(\tau) P_{\ell}(\mu) \int_{-1}^1 d\mu' P_{\ell}(\mu') I^d(\tau, \mu') + s^u(\tau, \mu), \quad \tau \in \Omega, \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad (7)$$

onde  $I^d$  é a componente difusa (espalhada) da intensidade específica  $I$  e

$$s^u(\tau, \mu) = \frac{\varpi(\tau)}{2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) \beta_{\ell}(\tau) P_{\ell}(\mu) \int_{-1}^1 d\mu' P_{\ell}(\mu') I^u(\tau, \mu') \quad (8)$$

é a fonte de espalhamento simples dependente da componente direta  $I^u$ , e pelas condições de contorno

$$I^d(0, \mu) = 0 \text{ e } I^d(\tau_R, -\mu) = \rho_{e,R} I^d(\tau_R, \mu) + 2\rho_{L,R} \left[ \int_0^1 I^d(\tau_R, \mu') \mu' d\mu' + \int_0^1 I^u(\tau_R, \mu') \mu' d\mu' \right], \quad \mu > 0. \quad (9)$$

Esses problemas são definidos de forma que  $I^u(\tau, \mu) + I^d(\tau, \mu) = I(\tau, \mu)$ ,  $\tau \in \Omega$ ,  $-1 \leq \mu \leq 1$ . As componentes direta e difusa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse são

$$q_+^u(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I^u(\tau_R, \mu) \text{ e } q_+^d(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I^d(\tau_R, \mu), \quad (10)$$

respectivamente. Portanto,  $q_+^u(\tau_R) + q_+^d(\tau_R) = q_+(\tau_R)$ .

### 3.3 Solução do problema direto e reformulação do problema difuso

Uma vez que a variável  $\mu$  desempenha um papel paramétrico no problema direto (5–6), esse problema pode ser resolvido analiticamente pela técnica do fator integrante da teoria de equações diferenciais ordinárias (Edwards e Penney, 1995). Usando essa técnica, obtemos

$$I^u(\tau, \mu) = \begin{cases} I_0 \delta(\mu - \mu_0) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right), & \mu > 0, \quad \tau \in \Omega, \\ \rho_{e,R} I_0 \delta(\mu + \mu_0) \exp\left(\frac{\tau_R}{\mu}\right) \exp\left(\frac{\tau_R - \tau}{\mu}\right), & \mu < 0, \quad \tau \in \Omega. \end{cases} \quad (11)$$

Agora podemos calcular a componente direta do fluxo solar incidente e reformular os resultados (8–9) substituindo todas as ocorrências de  $I^u(\tau, \mu)$  pela solução (11) e realizando as operações matemáticas necessárias. Procedendo dessa forma, obtemos a componente direta do fluxo solar incidente

$$q_+^u(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I^u(\tau_R, \mu) = 2\pi\mu_0 I_0 \exp\left(-\frac{\tau_R}{\mu_0}\right), \quad (12)$$

enquanto que os resultados (8) e (9) podem ser expressos por

$$s^u(\tau, \mu) = \frac{\varpi(\tau)I_0}{2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1)\beta_{\ell}(\tau)P_{\ell}(\mu)P_{\ell}(\mu_0) \left\{ \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + (-1)^{\ell} \rho_{e,R} \exp\left[-\frac{(2\tau_R - \tau)}{\mu_0}\right] \right\} \quad (13)$$

e

$$I^d(0, \mu) = 0 \text{ e } I^d(\tau_R, -\mu) = \rho_{e,R} I^d(\tau_R, \mu) + 2\rho_{L,R} \int_0^1 I^d(\tau_R, \mu') \mu' d\mu' + 2\rho_{L,R} \mu_0 I_0 \exp\left(-\frac{\tau_R}{\mu_0}\right), \mu > 0, \quad (14)$$

respectivamente. Assim, o problema difuso é completamente definido pela equação integrodiferencial (7), pela fonte de espalhamento simples (13) e pelas condições de contorno (14).

À exceção de alguns problemas a uma camada atmosférica e espalhamento isotrópico ( $\beta_{\ell}(\tau) \equiv 0$  para  $\ell > 0$ ) ou linearmente anisotrópico ( $\beta_{\ell}(\tau) \equiv 0$  para  $\ell > 1$ ), para os quais soluções analíticas se encontram na literatura especializada (Chandrasekhar, 1950; Busbridge, 1960; Liou, 2002), formulações aproximadas para o problema difuso (7), (13–14) são usualmente consideradas. Nas subseções seguintes, consideraremos duas aproximações clássicas no escopo da teoria de transferência radiativa em atmosferas planetárias: a aproximação dois fluxos (two-stream) e a aproximação de ordenadas discretas (Chandrasekhar, 1950; Thomas e Stamnes, 1999; Liou, 2002). Formulações adicionais podem ser encontradas em Thomas e Stamnes (1999) e em Liou (2002).

### 3.4 Aproximação dois fluxos (two-stream)

A aproximação dois fluxos (two-stream) para o problema difuso (7), (13–14) consiste em uma discretização dual da variável angular (dois fluxos) combinada com uma quadratura Gaussiana de dois pontos para a fonte de espalhamento. Essa aproximação é exaustivamente discutida na literatura especializada (Thomas e Stamnes, 1999; Liou, 2002) e constitui a base teórica do modelo radiativo computacional imerso no sistema de modelagem atmosférica de mesoescala RAMS (Tremback e Walko, 2005), bem como do modelo de transferência radiativa BRASIL-SR (Martins *et al.*, 2005). Na formulação dois fluxos, o problema difuso (7), (13–14) é aproximado pelas equações de dois fluxos

$$\bar{\mu} \frac{d}{d\tau} I_+^d(\tau) + I_+^d(\tau) = \frac{\varpi(\tau)}{2} [1 - 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}^2] I_-^d(\tau) + \frac{\varpi(\tau)}{2} [1 + 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}^2] I_+^d(\tau) + s_+^u(\tau) \quad (15)$$

e

$$-\bar{\mu} \frac{d}{d\tau} I_-^d(\tau) + I_-^d(\tau) = \frac{\varpi(\tau)}{2} [1 + 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}^2] I_-^d(\tau) + \frac{\varpi(\tau)}{2} [1 - 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}^2] I_+^d(\tau) + s_-^u(\tau), \tau \in \Omega, \quad (16)$$

onde  $I_+^d(\tau)$  e  $I_-^d(\tau)$  são aproximações para as componentes difusas  $I^d(\tau, \bar{\mu})$  e  $I^d(\tau, -\bar{\mu})$ , respectivamente;

$$s_{\pm}^u(\tau) = \frac{\varpi(\tau)I_0}{2} \left\{ [1 \pm 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}\mu_0] \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + \rho_{e,R} [1 \mp 3\beta_1(\tau)\bar{\mu}\mu_0] \exp\left[-\frac{(2\tau_R - \tau)}{\mu_0}\right] \right\} \quad (17)$$

é uma aproximação de dois pontos para a fonte de espalhamento simples (13); as condições de contorno (14) são aproximadas por

$$I_+^d(0) = 0 \text{ e } I_-^d(\tau_R) = (\rho_{e,R} + 2\bar{\mu}\rho_{L,R})I_+^d(\tau_R) + 2\rho_{L,R}\mu_0 I_0 \exp\left(-\frac{\tau_R}{\mu_0}\right) \quad (18)$$

e a componente difusa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse é aproximada por

$$q_+^d(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I^d(\tau_R, \mu) \cong 2\pi\bar{\mu} I_+^d(\tau_R). \quad (19)$$

Dentre os aspectos positivos da aproximação dois fluxos, destacamos: i) a simplicidade das equações resultantes (duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem); ii) a adequação a uma representação simples das propriedades óticas aparentes refletância, absorvância e transmitância de cada uma das camadas que constituem a atmosfera modelo em cada uma das faixas espectrais, o que permite a construção de algoritmos computacionais eficientes para a geração de fluxos solares ascendentes (–) e descendentes (+) em problemas multicamada (Grant e Hunt, 1968); iii) a adequação à técnica de ajuste (scaling) das propriedades óticas inerentes das camadas com espalhamento altamente anisotrópico (Thomas e Stamnes, 1999; Liou, 2002) e iv) os erros na geração dos fluxos solares se situam tipicamente entre 5% e 10% nas faixas ultravioleta e visível para  $\mu_0 > 0,4$  (Thomas e Stamnes, 1999). Dentre os aspectos negativos, observamos: i) os erros na geração dos fluxos solares tipicamente ultrapassam 10% na faixa infravermelho próximo; ii) os erros aumentam consideravelmente (até 50%) na presença de camadas de nuvens e quando a superfície planetária é fortemente refletora ( $\rho_{e,R} + \rho_{L,R} > 0,8$ ), principalmente na faixa visível (Thomas e Stamnes, 1999). É importante ter em mente as características gerais, bem como as vantagens e limitações da aproximação dois fluxos, para uma avaliação dos resultados gerados pelo módulo radiativo do sistema RAMS para os fluxos solares globais incidentes nas regiões de interesse.

### 3.5 Aproximação de ordenadas discretas (N-stream)

A aproximação de ordenadas discretas (N-stream) para o problema difuso (7), (13–14) consiste em uma discretização da variável angular ao longo de N cossenos diretores  $\mu_m$ ,  $m = 1 : N$ , combinada com uma quadratura de Gauss-Legendre de ordem N par para a fonte de espalhamento. Essa aproximação é exaustivamente discutida na literatura especializada (Chandrasekhar, 1950; Lewis e Miller Jr., 1993; Thomas e Stamnes, 1999; Liou, 2002) e constitui a base teórica do modelo computacional avançado que será desenvolvido para uma estimativa mais precisa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse. Na formulação de ordenadas discretas, o problema difuso (7), (13–14) é aproximado pelas equações de ordenadas discretas

$$\mu_m \frac{d}{d\tau} I_m^d(\tau) + I_m^d(\tau) = \frac{\varpi(\tau)}{2} \sum_{\ell=0}^{L(\tau)} (2\ell + 1) \beta_{\ell}(\tau) P_{\ell}(\mu_m) \sum_{n=1}^N \omega_n P_{\ell}(\mu_n) I_n^d(\tau) + s_m^u(\tau), \quad \tau \in \Omega, \quad m = 1 : N, \quad (20)$$

onde  $I_m^d(\tau)$  é uma aproximação para a componente difusa  $I^d(\tau, \mu)$  ao longo do cosseno diretor  $\mu_m$ ,  $m = 1 : N$ ;  $L(\tau)$  inteiro não-negativo significa que a expansão da função de fase de espalhamento em polinômios de Legendre é truncada após  $L(\tau)$  termos;

$$s_m^u(\tau) = \frac{\varpi(\tau) I_0}{2} \sum_{\ell=0}^{L(\tau)} (2\ell + 1) \beta_{\ell}(\tau) P_{\ell}(\mu_m) P_{\ell}(\mu_0) \left\{ \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + (-1)^{\ell} \rho_{e,R} \exp\left[-\frac{(2\tau_R - \tau)}{\mu_0}\right] \right\} \quad (21)$$

é uma aproximação para a fonte de espalhamento simples (13); as condições de contorno (14) são aproximadas por

$$I_m^d(0) = 0 \text{ e } I_{m+N/2}^d(\tau_R) = \rho_{e,R} I_m^d(\tau_R) + \frac{1}{2} \rho_{L,R} \sum_{n=1}^N \omega_n (1 + \mu_n) I_n^d(\tau_R) + 2\rho_{L,R} \mu_0 I_0 \exp\left(-\frac{\tau_R}{\mu_0}\right), \quad m = 1 : N/2, \quad (22)$$

e a componente difusa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse é aproximada por

$$q_+^d(\tau_R) = 2\pi \int_0^1 d\mu \mu I^d(\tau_R, \mu) \cong 2\pi \sum_{m=1}^{N/2} \omega_m \mu_m I_m^d(\tau_R) \quad (23)$$

para altas ordens de quadratura angular (Lewis e Miller Jr., 1993). Dentre os aspectos positivos da aproximação de ordenadas discretas, destacamos: i) a representação mais precisa da intensidade específica e, conseqüentemente, do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse em relação à aproximação dois fluxos, independentemente do problema multicamada de transporte de radiação solar (Thomas e Stamnes, 1999; Siewert, 2000; Liou, 2002); ii) a adequação à construção de algoritmos computacionais para a geração de intensidades específicas em problemas multicamada (Thomas e Stamnes, 1999; Siewert, 2000; de Abreu, 2004a-c; 2005a-d; 2006a-d); iii) a adequação à técnica de ajuste (scaling) das propriedades óticas inerentes das camadas com espalhamento altamente anisotrópico. Dentre os aspectos negativos, observamos: i) a complexidade das equações resultantes (sistema fortemente acoplado de N equações diferenciais ordinárias de primeira ordem) em relação à aproximação dois fluxos e ii) o grande número de parâmetros (quadratura e propriedades óticas) envolvidos na definição de um problema multicamada (em relação à aproximação dois fluxos).

## 4. ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO

O modelo computacional avançado (em fase de desenvolvimento) é baseado em métodos espectro-nodais recentemente concebidos, validados e publicados em periódicos e anais de eventos científicos (de Abreu, 2004a-c;

2005a-d; 2006a-d). Métodos espectro-nodais constituem uma classe de métodos numéricos de discretização da variável ótica que geram solução livre de erro de truncamento ótico para problemas multicamada de transporte de radiação solar na formulação de ordenadas discretas. A geração de solução livre de erro de truncamento ótico se deve ao fato de as equações discretizadas desses métodos espectro-nodais serem relações livres de aproximações óticas. Essas relações envolvem intensidades específicas de radiação solar tanto nas interfaces das camadas atmosféricas quanto mediadas nas espessuras óticas das camadas atmosféricas. Para indicação de exequibilidade, fazemos aqui uma descrição dos passos de desenvolvimento de um modelo computacional espectro-nodal para solução do problema difuso (20–22).

i) A intensidade específica  $I_m^d(\tau)$ ,  $m = 1 : N$ , mediada na espessura ótica de cada camada atmosférica e avaliada nas interfaces das camadas atmosféricas, satisfaz as equações espectro-nodais

$$\frac{\mu_m}{\Delta\tau_r} (I_{r,m}^d - I_{r-1,m}^d) + \bar{I}_{r,m}^d = \frac{\varpi_r}{2} \sum_{\ell=0}^{L_r} (2\ell + 1) \beta_{\ell,r} P_\ell(\mu_m) \sum_{n=1}^N \omega_n P_\ell(\mu_n) \bar{I}_{r,n}^d + \bar{s}_{r,m}^u, \quad m = 1 : N, r = 1 : R, \quad (24)$$

$$\bar{I}_{r,m}^d = \sum_{p=1}^{N/2} \theta_{r,m,p} I_{r-1,p}^d + \sum_{p=N/2+1}^N \theta_{r,m,p} I_{r,p}^d + g_{r,m}, \quad m = 1 : N, r = 1 : R, \quad (25)$$

onde  $R$  é o número de camadas atmosféricas;  $\tau_{r-1}$  e  $\tau_r$  são as profundidades óticas do topo e base da camada  $r$ , respectivamente;  $\Delta\tau_r \equiv \tau_r - \tau_{r-1}$  é a espessura ótica da camada  $r$  (note que  $\tau_0 = 0$ );  $I_{r-1,m}^d \equiv I_m^d(\tau_{r-1})$  e  $I_{r,m}^d \equiv I_m^d(\tau_r)$ ;

$$\bar{I}_{r,m}^d \equiv \frac{1}{\Delta\tau_r} \int_{\tau_{r-1}}^{\tau_r} d\tau I_m^d(\tau) \quad (26)$$

é a intensidade específica mediada na espessura ótica da camada  $r$ ;  $\varpi(\tau) = \varpi_r$ ,  $L(\tau) = L_r$  e  $\beta_\ell(\tau) = \beta_{\ell,r}$  na camada  $r$  e

$$\bar{s}_{r,m}^u \equiv \frac{1}{\Delta\tau_r} \int_{\tau_{r-1}}^{\tau_r} d\tau s_m^u(\tau) = \frac{\varpi_r \mu_0 I_0}{2\Delta\tau_r} \sum_{\ell=0}^{L_r} (2\ell + 1) \beta_{\ell,r} P_\ell(\mu_m) P_\ell(\mu_0) * \left\{ \left[ \exp\left(-\frac{\tau_{r-1}}{\mu_0}\right) - \exp\left(-\frac{\tau_r}{\mu_0}\right) \right] + (-1)^\ell \rho_{e,R} \left[ \exp\left(-\frac{2\tau_R - \tau_r}{\mu_0}\right) - \exp\left(-\frac{2\tau_R - \tau_{r-1}}{\mu_0}\right) \right] \right\} \quad (27)$$

é a fonte de espalhamento simples (21) mediada na espessura ótica da camada  $r$ .

ii) Os parâmetros  $\theta_{r,m,p}$  e  $g_{r,m}$  na equação (25) são determinados a partir de uma análise espectral das equações de ordenadas discretas (20–21) definidas em cada camada atmosférica. Uma análise espectral detalhada e os passos para determinação dos parâmetros  $\theta_{r,m,p}$  e  $g_{r,m}$  para o caso de superfície planetária puramente absorvedora ( $\rho_{e,R} = \rho_{L,R} = 0$ ) podem ser encontrados em de Abreu (2004a; 2005a). A extensão para o presente caso ( $\rho_{e,R}$  e/ou  $\rho_{L,R} \neq 0$ ) está em desenvolvimento.

iii) As equações espectro-nodais (24–25), com condições de continuidade das intensidades específicas nas interfaces das camadas, mais as condições de contorno (22) formam um sistema linear e esparso com  $2NR$  equações algébricas a  $2NR$  incógnitas:  $NR$  intensidades específicas mediadas nas camadas mais  $NR$  intensidades específicas nas interfaces e contorno. Para a solução numérica desse sistema, empregaremos o esquema iterativo de inversão de blocos nodais. Uma descrição detalhada desse esquema iterativo para o caso de superfície planetária puramente absorvedora pode ser encontrada em de Abreu (2006a). Consideramos que a extensão para o presente caso é imediata.

iv) Resolvido o sistema do passo iii, as intensidades específicas  $I_{R,m}^d \equiv I_m^d(\tau_R)$  tornam-se disponíveis. Neste ponto, podemos inserir essas intensidades na expressão (23) e determinar a componente difusa do fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse. Adicionando a componente difusa (23) à componente direta (12), obtemos o fluxo solar incidente em cada faixa espectral e região de interesse. Fazendo o somatório dos fluxos solares incidentes nas três faixas espectrais, obtemos o fluxo solar global incidente em cada região de interesse.

Finalizamos essa seção observando que algumas das ferramentas computacionais descritas em de Abreu (2004a-c; 2005a-d; 2006a-d) podem ser utilizadas nos passos acima para aumentar a eficiência computacional do modelo resultante, e.g. substituição de camadas atmosféricas estacionárias por condições equivalentes de interface e utilização do parâmetro (fator) de assimetria para aproximar a função de fase de espalhamento de Henyey-Greenstein em uma camada atmosférica por uma expansão truncada em polinômios de Legendre.

## Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) do Governo do Brasil pelo auxílio financeiro concedido através do projeto de pesquisa MCT/CNPq 485689/2007-3.

## REFERÊNCIAS

- Amaral Filho, J. (Coordenador), 2004. Cadeia Produtiva da Energia Elétrica no Ceará. Textos para Discussão, n. 15, IPECE/SEPLAN, Governo do Estado do Ceará, Fortaleza, CE, 85 pp.
- Busbridge, I. W., 1960, The Mathematics of Radiative Transfer, Cambridge University Press, London, 143 pp.
- Climate Change 2007: The Physical Science Basis – Summary for Policymakers, IPCC WGI Assessment Report, International Panel on Climate Change, United Nations Environment Programme (UNEP), 2007, 21 pp. (disponível no sítio [http://www.sbmet.org.br/noticias\\_mclimaticas/relatorio\\_ipcc/IPCC\\_SPM\\_2\\_feb2007.pdf](http://www.sbmet.org.br/noticias_mclimaticas/relatorio_ipcc/IPCC_SPM_2_feb2007.pdf).)
- Chandrasekhar, S., 1950, Radiative Transfer, Clarendon Press, Oxford, 393 pp.
- de Abreu, M. P., 2004a. A two-component method for solving multislabs problems in radiative transfer, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 85, n. 3-4, pp. 311-336.
- de Abreu, M. P., 2004b. Mixed singular-regular boundary conditions in multislabs radiation transport, Journal of Computational Physics, vol. 197, n. 1, pp. 167-185.
- de Abreu, M. P., 2004c. On Efficient Computation of Atmospheric Radiative Transfer Problem Sets Characterized by Stationary Internal Layers. In: VII Encontro de Modelagem Computacional, 7-9 de dezembro de 2004, Nova Friburgo, RJ. Anais do VII Encontro de Modelagem Computacional (CD-ROM).
- de Abreu, M. P., 2005a. A mathematical method for solving mixed problems in multislabs radiative transfer, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, vol. 27, n. 4, pp. 381-393.
- de Abreu, M. P., 2005b. On increasing the efficiency of a discrete ordinates radiative transfer method with periodic relations, Engenharia Térmica, vol. 4, n. 2, pp. 181-189.
- de Abreu, M. P., 2005c. Layer-edge conditions for multislabs atmospheric radiative transfer problems, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 94, n. 2, pp. 137-149.
- de Abreu, M. P., 2005d. On efficiently solving a class of atmospheric radiative transfer problems using discrete ordinates models for bidirectional functions: the uppermost layer, Atmospheric Science Letters, vol. 6, n. 2, pp. 84-89.
- de Abreu, M. P., 2006a. Periodic relations for discrete ordinates response matrices in multislabs radiative heat transfer. In: IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 22-25 de agosto de 2006, Recife, PE. Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CD-ROM).
- de Abreu, M. P., 2006b. On Efficient Computation of the Plane Albedo of a Vertically Inhomogeneous Planetary Atmosphere. In: The American Nuclear Society's 14th Biennial Topical Meeting of the Radiation Protection and Shielding Division, April, 3-6, 2006, Carlsbad, New Mexico, USA. Proceedings of the American Nuclear Society's 14th Biennial Topical Meeting of the Radiation Protection and Shielding Division (CD-ROM).
- de Abreu, M. P., 2006c. On equivalent diffuse conditions for an internal layer in multislabs atmospheric radiation, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 102, n. 3, pp. 519-529.
- de Abreu, M. P., 2006d. On the solution of multislabs atmospheric radiation problems with an arbitrary number and type of stationary layers, Atmospheric Science Letters, vol. 7, n. 2, pp. 47-51.
- Edwards Jr., C. H. e Penney, D. E., 1995, Equações Diferenciais Elementares com Problemas de Contorno, 3ª edição, Editora Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 644 pp.
- Goody, R. M. e Yung, Y. L., 1995, Atmospheric Radiation: Theoretical Basis, 2<sup>nd</sup> edition, Oxford University Press, London, 436 pp.
- Grant, I. P. e Hunt, G. E., 1968. Solution of radiative transfer problems in planetary atmospheres, Icarus, vol. 9, n. 1-3, pp. 526-534.
- Groenendaal, B. J., 2002. Solar Thermal Power Technologies, Report ECN-C-02-062, Environmental Change Network, Lancaster, UK, 50 pp.
- Hemery, D., Debier, J-C. e Deleage, J-P., 1993, Uma História da Energia, 2ª edição, Editora UnB, Brasília, 440 pp.
- International Energy Outlook 2007, Technical Report DOE/EIA-0484, Energy Information Administration (EIA), U. S. DOE, Washington, DC, May 2007, 230 pp. (disponível no sítio <http://www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/index.html>.)
- Lewis, E. E. e Miller Jr., W. F., 1993, Computational Methods of Neutron Transport, 2<sup>nd</sup> edition, American Nuclear Society, LaGrange Park, IL, USA, 401 pp.
- Liou, K. -N., 2002, An Introduction to Atmospheric Radiation, 2<sup>nd</sup> edition, Academic Press, New York, 583 pp.
- Martins, F. R., Pereira, E. B., Abreu, S. L. e Colle, S., 2005. Mapas de Irradiação Solar para o Brasil – Resultados do Projeto SWERA. In: XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 16-21 de abril de 2005, Goiânia, GO. Anais do XII SBSR, pp. 3137-3145.
- Menezes Neto, O. L., 2007. Metodologia para estimativa de radiação solar aplicada à região nordeste do Brasil. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 135 pp.
- Palz, W., 1995, Energia Solar e Fontes Alternativas, Editora Hemus, São Paulo, 358 pp.

- Quaschnig, V. e Muriel, M. B., 2001. Solar power – photovoltaics or solar thermal power plants? In: VGB Congress on Power Plants, October 10-12, 2001, Brussels, Belgium. Proceedings of the VGB Congress on Power Plants (CD-ROM).
- Siewert, C. E., 2000. A concise and accurate solution to Chandrasekhar's basic problem in radiative transfer, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 64, n. 2, pp. 109-130.
- Thomas, G. E. e Stamnes, K., 1999, Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean, Cambridge University Press, New York, 517 pp.
- Tolmasquim, M. T., 2003, Fontes Renováveis de Energia no Brasil, Editora Interciência, São Paulo, 515 pp.
- Tremback, C. J. e Walko, R. L., 2005. RAMS User Guide – Version 6.0 – Introduction, ATMET LLC, Boulder, CO, USA, 10 pp.

### **COMPUTATIONAL MODELING OF GLOBAL DOWNWELLING SOLAR FLUX OVER TYPICAL REGIONS OF THE STATE OF CEARÁ**

**Abstract.** *This work is part of a joint research project involving the following institutions: Departamento de Modelagem Computacional da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Mestrado em Ciências Físicas Aplicadas da Universidade Estadual do Ceará and Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos. Here, we summarize the major steps in the development of a computer model for accurately estimating global downwelling solar fluxes over typical regions of the state of Ceará, Brazil. Right after stating the scope and aims, we outline the basic radiative transfer theory that we are concerned with, and we give a brief description of two classical formulations of radiative transfer problems in planetary atmospheres: the two-stream formulation and the discrete ordinates (N-stream) formulation. The former is the basis for the radiative model embedded in the well-known mesoscale atmospheric modeling system RAMS, while the latter is the basis for a spectral nodal computer model for accurately estimating global downwelling solar fluxes. Validation will be performed twofold by comparison to RAMS' outputs and against solar flux data gathered from ground meteorological platforms operated by Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos.*

**Keywords:** Downwelling Solar Flux, Two-stream Approximation, Discrete Ordinates Formulation, Spectral Nodal Methods.