

UMA EXTENSÃO DO MÉTODO BEM APLICADA AO PROJETO DE ROTORES HIDROcinÉTICOS DE FLUXO LIVRE

Déborah Aline Tavares Dias do Rio Vaz – deborah.rio@gmail.com

Jerson Rogério Pinheiro Vaz – jerson@ufpa.br

André Luiz Amarante Mesquita – andream@ufpa.br

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Mecânica

Claudio José Cavalcante Blanco – blanco@ufpa.br

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Sanitária e Ambiental

João Tavares Pinho – jtpinho@ufpa.br

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Elétrica

Resumo. Neste trabalho, apresenta-se um modelo matemático correspondente a uma extensão da teoria clássica do momento do elemento de pá para o dimensionamento de rotores hidrocínéticos de fluxo livre, com operação estendida à razões de velocidade menores que 2, onde é considerada a influência da esteira sobre o plano do rotor na sua forma mais geral. Tal influência, mostra-se considerável quando a razão de velocidade é pequena, justificando a necessidade de formulações que prevêm os efeitos da esteira sobre o rotor. O modelo matemático proposto no presente trabalho utiliza o modelo de Glauert, sobre o qual impõem-se uma modificação.

Palavras-chave: Rotores hidrocínéticos, Método BEM, Modelo de Glauert.

1. INTRODUÇÃO

O estudo de modelos matemáticos aplicados ao projeto de rotores hidrocínéticos tem se tornado expressivo em função do uso de tecnologias de geração de energia de baixo impacto ambiental (Vaz *et al.*, 2009). Tais modelos são baseados, em geral, na teoria do Momento do Elemento de Pá clássico (do inglês: *Blade Element Momentum* – BEM), que considera o fator de indução na esteira o dobro do fator de indução no plano do rotor (Hansen, 2000), desconsiderando a forma mais geral estabelecida no trabalho desenvolvido por Eggleston e Stoddart (1987) para a influência da esteira. Na região de operação mais lenta do rotor, o modelo apresentado neste trabalho, além de considerar a forma geral para a indução na esteira, corrige os altos valores dos parâmetros de influência no plano do rotor através de uma modificação na relação empírica de Glauert (1926). Para a correção do número finito de pás, utiliza-se o modelo de Prandtl (Hibbs e Radkey, 1981). Finalmente, são mostrados os resultados obtidos, utilizando o modelo proposto, comparados com o método BEM clássico (Hansen, 2000) e o modelo utilizado pela *National Renewable Energy Laboratory* – NREL (Sale, Jonkman e Musial, 2009), que também é baseado no método BEM.

2. O MODELO MATEMÁTICO

Um modelo de escoamento que considera as equações completas do momento angular para a rotação na esteira foi apresentado por Joukowski (1918), aplicada por Glauert (1926) no estudo de propulsores, e mais tarde modificada por Wilson e Lissama (1974) para o caso de rotores eólicos, onde a indução no escoamento provocada pela esteira é o dobro da indução no plano do rotor. A Fig. 1 mostra o escoamento em um tubo de correntes (Hansen, 2000).

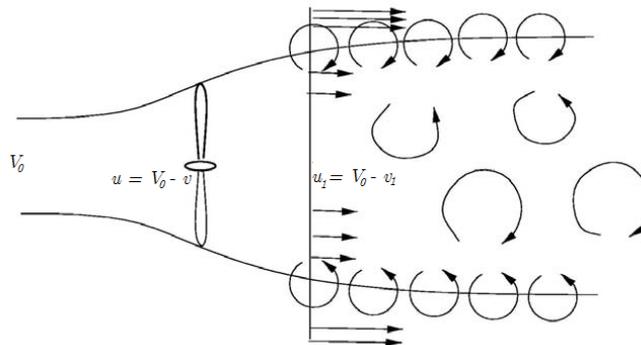


Figura 1: Esquema simplificado das velocidades no plano do rotor e na esteira (Hansen, 2000).

onde V_0 é a velocidade não induzida do escoamento. Em termos dimensionais, a energia cinética que é convertida em energia mecânica pela turbina é dada por (Brasil Junior, 2006)

$$E_c = \frac{1}{2} \rho A V_0^3 \quad (1)$$

onde ρ é a densidade do fluido e A é a área varrida pelas pás do rotor. As velocidades u e u_1 no plano do rotor e na esteira, respectivamente são induzidas e escritas na forma:

$$\begin{cases} V_0 - v = u \equiv (1 - a)V_0 \\ V_0 - v_1 = u_1 \equiv (1 - b)V_0 \end{cases} \quad (2)$$

Onde $v = aV_0$ e $v_1 = bV_0$. a e b são os fatores de indução axiais no plano do rotor e na esteira, respectivamente e X é a razão entre as velocidades na ponta da pá e da água (do inglês: *Tip-Speed-Ratio*). Aplicando a equação da energia (mostrado em detalhes no trabalho de Eggleston e Stoddard, 1987) para as velocidades induzidas (Eq. 2), tem-se

$$a = \frac{b}{2} \left[1 - \frac{b^2(1-a)}{4X^2(b-a)} \right] \quad (3)$$

Além de considerar a Eq. (3), será lançada a hipótese de que a' e b' apresentam uma relação semelhante, o que leva a uma forma mais geral do que a estabelecida por Mesquita e Alves (2000).

$$a' = \frac{b'}{2} \left[1 - \frac{b'^2(1-a')}{4X^2(b'-a')} \right] \quad (4)$$

a' e b' são os fatores de indução tangenciais no plano do rotor e na esteira, respectivamente. Para solucionar as Eqs. (3) e (4), utiliza-se o método de Newton através das Eqs. (5) e (6).

$$\Phi(b) = \frac{b}{2} \left[1 - \frac{b^2(1-a)}{4X^2(b-a)} \right] - a \quad (5)$$

$$\Gamma(b') = \frac{b'}{2} \left[1 - \frac{b'^2(1-a')}{4X^2(b'-a')} \right] - a' \quad (6)$$

cuja solução iterativa é obtida pelas Eqs. (7) e (8). Neste caso, uma boa aproximação para o início do processo iterativo corresponde a $b = 2a$ e $b' = 2a'$.

$$b_i = b_{i-1} - \frac{\Phi(b_{i-1})}{\frac{d\Phi(b_{i-1})}{db}} \quad (7)$$

$$b'_i = b'_{i-1} - \frac{\Phi(b'_{i-1})}{\frac{d\Phi(b'_{i-1})}{db'}} \quad (8)$$

A utilização do método de Newton consiste em obter sempre o menor valor real para o cálculo de $b \in \mathbb{R}$ e $b' \in \mathbb{R}$, visto que a variação dos fatores de indução na esteira é totalmente não linear em relação aos fatores de indução no plano do rotor (Fig. 2).

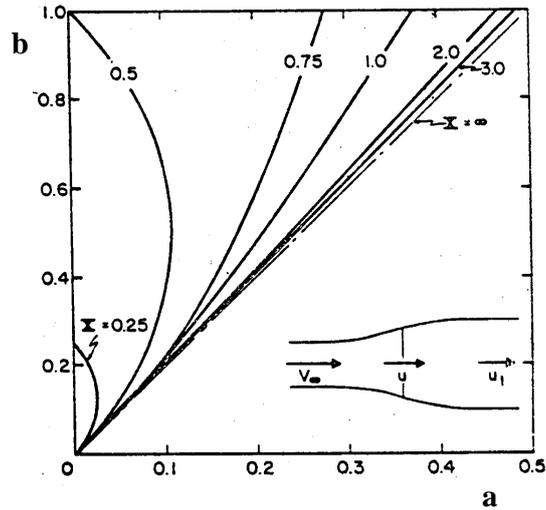


Figura 2: Relação b/a para alguns valores de X (Wilson e Lissaman, 1974).

2.1. Correção para o modelo de Glauert

A partir da correlação apresentada no trabalho de Hansen (2000), em que o ajuste de dados experimentais desenvolvidos por Glauert (1926) resultam em

$$C_T = \begin{cases} 4a(1-a)F & a \leq \frac{1}{3} \\ 4a \left[1 - \frac{a}{2}(5-3a) \right] F & a > \frac{1}{3} \end{cases} \quad (9)$$

desenvolveu-se uma correção na Eq. (9), com o objetivo de considerar o caso mais geral para o cálculo do fator de indução no plano do rotor, Eq. (3), em que o coeficiente de empuxo passa a depender do fator de indução na esteira. Portanto, C_T assume as seguintes expressões modificadas:

$$C_T = \begin{cases} 2b(1-a)F & a \leq \frac{1}{3} \\ 2b \left[1 - \frac{a}{2}(5-3a) \right] F & a > \frac{1}{3} \end{cases} \quad (10)$$

A Eq. (10) mostra, que para $a > \frac{1}{3}$ o coeficiente de empuxo é corrigido, levando em consideração os valores de b . Como o coeficiente de empuxo no plano do rotor é

$$C_T = (1-a)^2 \frac{\sigma C_n}{\sin^2 \phi} \quad (11)$$

dado por Hansen (2000), onde

$$\sigma = \frac{cB}{2\pi r} \quad (12)$$

e

$$C_n = C_L \cos \phi + C_D \sin \phi \quad (13)$$

Igualando as Eqs. (10) e (11), tem-se

$$a = \begin{cases} 1 - \frac{2bF \sin^2 \phi}{\sigma C_n}; & a \leq \frac{1}{3} \\ \frac{8 - 5k - \sqrt{k(32 - 23k)}}{2(4 - 3k)}; & a > \frac{1}{3} \end{cases} \quad (14)$$

com

$$k = \frac{2bF \sin^2 \phi}{\sigma C_n} \quad (15)$$

Onde B é o número de pás, c a corda local, r o raio local, F a correção de Prandtl, C_L e C_D são os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente, ϕ é o ângulo de escoamento dado pela Eq. (16).

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{V_0 (1 - a)}{\Omega r (1 + a')} \right] \quad (16)$$

Em que Ω é a velocidade angular. Para o cálculo de a' , tem-se

$$a' = \frac{2b'F \sin \phi \cos \phi}{\sigma C_t} - 1 \quad (17)$$

onde

$$C_t = C_l \sin \phi - C_d \cos \phi \quad (18)$$

A Eq. (19) pode ser verificada no trabalho de Mesquita e Alves (2000). Para a correção de Prandtl (Hibbs e Radkey, 1981), tem-se:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f}) \quad (19)$$

com

$$f = \frac{B}{2} \cdot \frac{(R - r)}{r \sin \phi} \quad (20)$$

O procedimento iterativo para o cálculo dos fatores de indução considera conhecidos os parâmetros r , $c(r)$, $\beta(r)$, $C_L(\alpha)$, $C_D(\alpha)$ e V_0 dado da seguinte maneira:

- (i) Atribuem-se valores iniciais para a e a' . No presente trabalho $a = 1/3$ e $a' = 0.001$;
- (ii) Calculam-se b e b' com as Eqs. (7) e (8);
- (iii) Calcula-se o valor de ϕ com a Eq. (16);
- (iv) Determinam-se C_L e C_D a partir de $\alpha = \phi - \beta$. α é o ângulo de ataque e β o ângulo de torção;
- (v) Calculam-se a e a' , aplicando o método de Newton nas Eqs. (14) e (17), fazendo

$$\Psi(a) = -a + 1 - \frac{2bF \sin^2 \phi}{\sigma C_n}$$

$$\Pi(a') = -a' - 1 + \frac{2b'F \sin \phi \cos \phi}{\sigma C_t}$$

pois os fatores de indução na esteira dependem dos fatores de indução no plano do rotor, $b = b(a)$ e $b' = b'(a')$, desta forma

$$a_i = a_{i-1} - \frac{\Psi(a_{i-1})}{\frac{d\Psi(a_{i-1})}{da}}$$

$$a'_i = a'_{i-1} - \frac{\Pi(a'_{i-1})}{\frac{d\Pi(a'_{i-1})}{da'}}$$

(vi) Aplica-se o modelo de Glauert modificado, Eq. (14) ;

(vii) Verifica-se a convergência para a e a' . Se a tolerância não for alcançada, retornar ao passo (ii). Neste trabalho, a tolerância é considerada 10^{-3} .

O coeficiente de potência C_p é dado por Mesquita e Alves (2000), através da Eq. (21).

$$C_p = \frac{4}{X^2} \int_0^X (1 - aF) F b' x^3 dx \tag{21}$$

A potência de saída da turbina é dada por

$$P = \frac{1}{2} C_p \rho A V_0^3 \tag{22}$$

3. MODELO PARA CORREÇÃO NA REGIÃO PÓS-STALL

De acordo com Alves (1997), a qualidade dos resultados obtidos a partir de modelos baseados no método BEM, depende grandemente de um preciso conhecimento das características de sustentação e arrasto da pá, as quais, para pequenos ângulos de ataque antes do *stall* são bem determinadas, tanto teoricamente quanto por dados experimentais. Lissaman (1994) mostra que a zona em que a camada limite permanece colada está geralmente restrita a ângulos de ataque de mais ou menos 15° , enquanto que, durante a operação de um rotor, os perfis podem experimentar ângulos de ataque muito mais elevados, entrando na zona onde se desenvolve a separação da camada limite (até 30°), ou até mesmo experimentando o regime completamente separado, entre 30° e 90° , onde normalmente não se conhecem as características de sustentação e arrasto dos perfis. Tanto Alves (1997), quanto Lissaman (1994) desenvolveram estes estudos para o caso de turbinas eólicas. No presente trabalho, tais estudos serão estendidos ao caso do escoamento de água para adaptar à rotores hidrocínéticos.

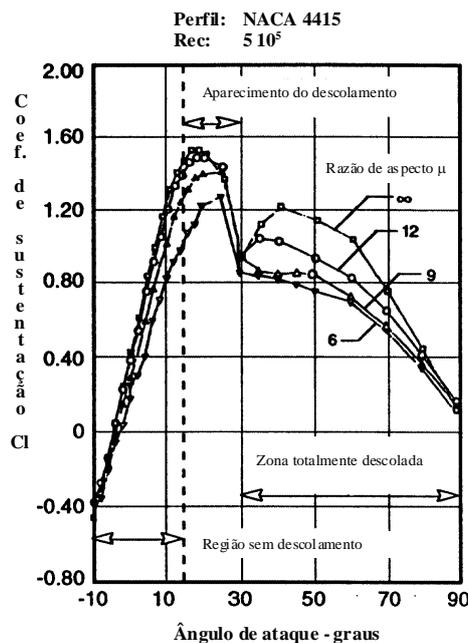


Figura 3: Variação típica do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque e a razão de aspecto nas três regiões de funcionamento de um perfil (Ostowari e Naik, 1984)

Os aspectos citados anteriormente são importantes na previsão da potência máxima desenvolvida por um rotor de pás fixas (vital para um dimensionamento seguro do sistema de potência) na ocorrência de velocidades fortes, quando grande parte da pá experimenta elevados ângulos de ataque. A não inclusão destes efeitos acarreta em uma subestimação da potência máxima. Sendo assim, Viterna e Corrigan (1981) propuseram um modelo empírico para modificar os dados de perfis em todos os três regimes de operação, de modo a prever mais precisamente o comportamento de um rotor de eixo axial. Quando o ângulo de ataque é igual ou superior àquele em que se inicia a separação, o modelo de Viterna e Corrigan (1981) prevê os seguintes valores para os coeficientes de arrasto e sustentação:

$$\alpha \geq \alpha_{\text{separacao}} :$$

$$C_l = \frac{C_{d,\max}}{2} \sin 2\alpha + K_l \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \quad (5)$$

$$C_d = C_{d,\max} \sin^2 \alpha + K_d \cos \alpha \quad (6)$$

$$K_l = (C_{l,s} - C_{d,\max} \sin \alpha_s \cos \alpha_s) \frac{\sin \alpha_s}{\cos^2 \alpha_s} \quad (7)$$

$$K_d = \frac{C_{d,s} - C_{d,\max} \sin^2 \alpha_s}{\cos \alpha_s} \quad (8)$$

$$\mu \leq 50: C_{d,\max} = 1,11 + 0,018\mu \quad (9)$$

$$\mu > 50: C_{d,\max} = 2,01 \quad (10)$$

$$\mu = \frac{R - r_{\text{cub.}}}{c(r)}$$

onde $C_{d,\max}$ é o máximo coeficiente de arrasto no regime completamente separado.

Como no presente trabalho, utiliza-se o perfil NACA 4418 (Abbot e Doenhoff, 1959) o modelo de Viterna e Corrigan (1981) é adequado, uma vez, que tal modelo apresenta bons resultados para os perfis NACA (Abbot e Doenhoff, 1959 e Alves, 1997). A Fig. 4 apresenta os coeficientes de sustentação e arrasto correspondentes ao perfil NACA 4418. O número de Reynolds utilizado na simulação é $3 \cdot 10^6$.

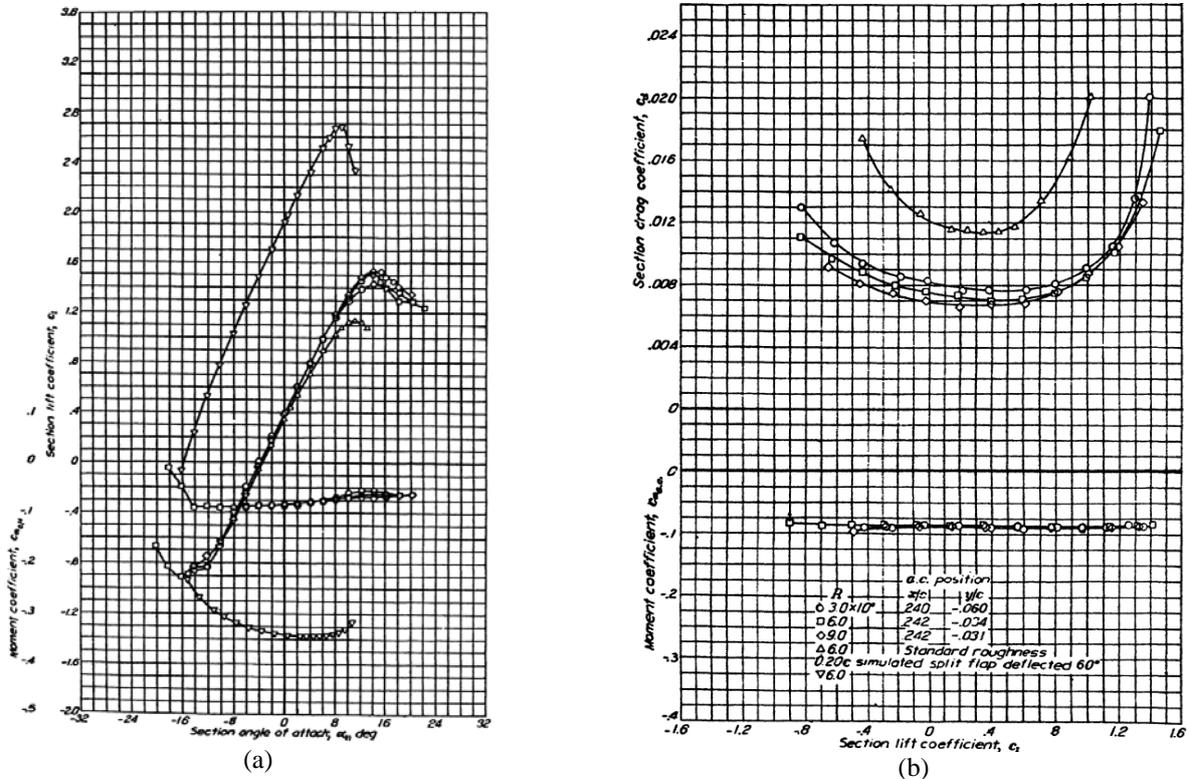


Figura 4: (a) Coeficiente de sustentação em relação ao ângulo de ataque para o perfil NACA 4418. (b) Coeficiente de arrasto em relação ao coeficiente de sustentação para o perfil NACA 4418.

4. COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS MATEMÁTICOS

Os resultados foram gerados considerando a performance do modelo proposto e comparados com outros modelos. Os modelos para comparação são: o WT_Perf, desenvolvido pela *National Wind Technology Center's* atualmente utilizada pela *National Renewable Energy Laboratory* – NREL que estendeu o WT_Perf para o projeto de turbinas hidrocínéticas (Sale, Jonkman e Musial, 2009) e o Modelo BEM clássico mostrado em detalhes no trabalho de Hansen (2000). A turbina hidrocínética é a *Verdant Power* (Fig. 5) sem difusor, com potência nominal de 35 kW, regulada por *stall*, com 5 m de diâmetro, 3 pás, rotação de 28 rpm.



Figura 5: Turbina hidrocínética *Verdant Power* 35kW (Sale, Jonkman e Musial, 2009).

As pás da turbina foram obtidas utilizando uma combinação de hidrofólios da série NACA 44XX pela NREL (Sale, Jonkman e Musial, 2009). No presente trabalho, serão considerados os parâmetros de sustentação e arrasto do perfil NACA 4418 (Abbot e Doenhoff, 1959) utilizado para a validação do modelo proposto.

As Figs. 6 e 7 mostram a comparação entre os resultados obtidos, considerando a correção nos ângulos de ataque para valores maiores ou iguais a 15° . Observa-se na Fig. 6 uma diferença acentuada para o coeficiente de potência no intervalo de velocidade entre 0,7 e 1,4 m/s. Porém, tal diferença é atenuada no cálculo da potência de saída do rotor (Fig. 7), visto que a potência varia com o cubo da velocidade de água, o que faz com que a energia gerada pela turbina seja muito pequena para valores baixos de velocidade, de acordo com a comparação mostrada na Fig. 7. Este aspecto mostra que a potência de saída é mais sensível à variações do coeficiente de potência para valores mais altos da velocidade, como ocorre na faixa entre 1,7 e 2,5 m/s (Fig. 7).

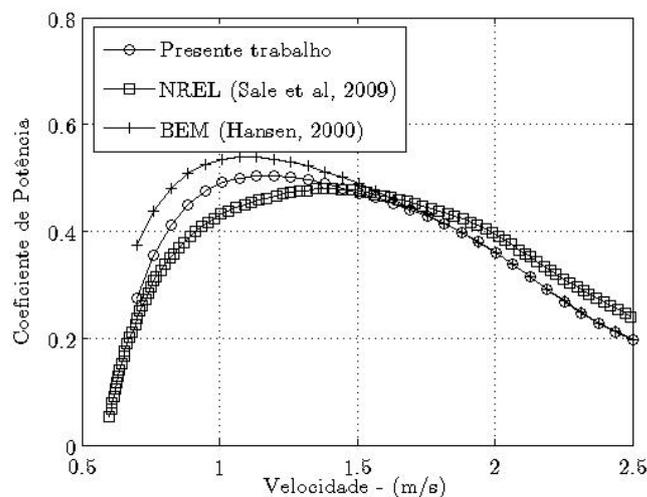


Figura 6: Eficiência do rotor em função da velocidade com correções nos ângulos de ataque iguais ou maiores que 15° .

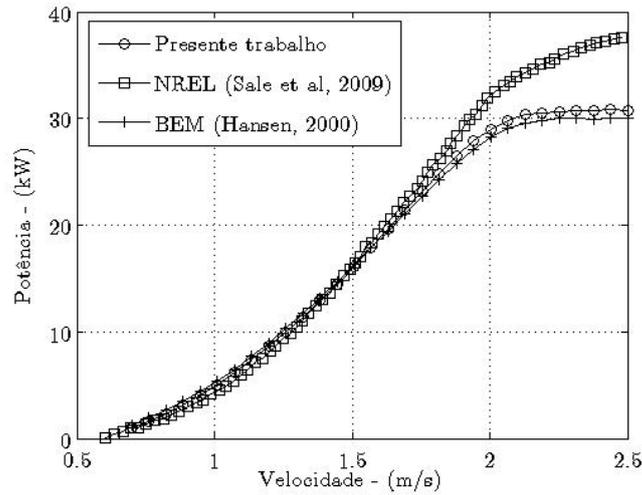


Figura 7: Potência mecânica em função da velocidade com correções nos ângulos de ataque iguais ou maiores que 15°.

As Figs. 8 e 9 apresentam os resultados obtidos utilizando o modelo de Viterna e Corrigan (1981) para correções nos ângulos de ataque maiores ou iguais a 20°. Como na Fig. 6, a diferença no coeficiente de potência é atenuada no cálculo da curva de potência no mesmo intervalo de velocidade. Para a faixa de velocidade entre 1,5 e 2,5 m/s ocorre uma melhoria considerável, quando comparado com os resultados obtidos por (Sale, Jonkman e Musial, 2009). A Fig. 9 confirma o bom resultado para a curva de potência, onde a proximidade da curva obtida utilizando o modelo proposto com a curva simulada no trabalho de Sale, Jonkman e Musial (2009) é apreciável.

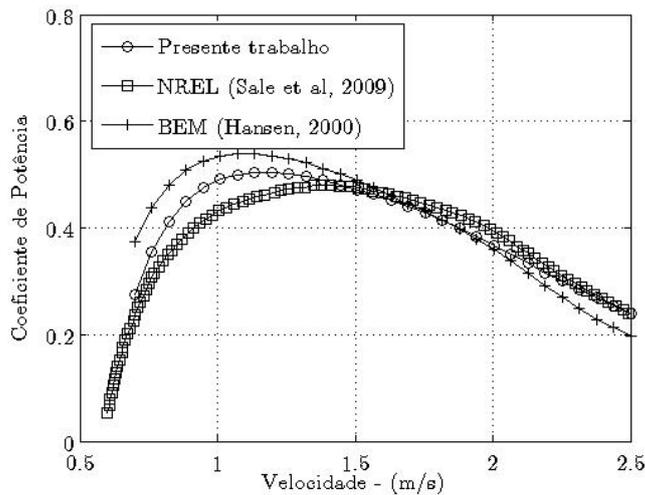


Figura 8: Eficiência do rotor em função da velocidade com correções nos ângulos de ataque iguais ou maiores que 20°.

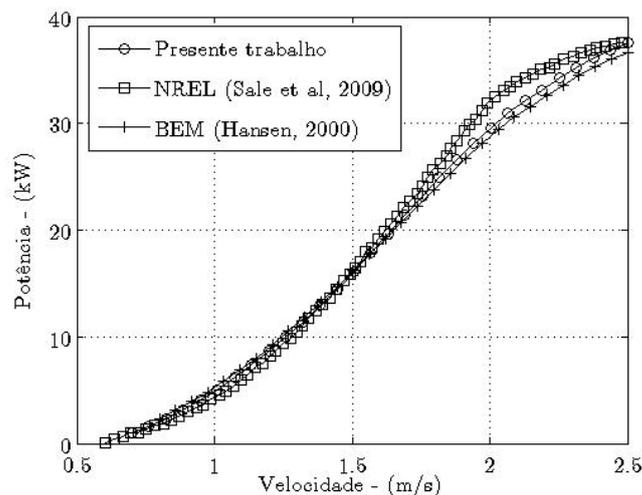


Figura 9: Potência mecânica em função da velocidade com correções nos ângulos de ataque iguais ou maiores que 20° .

O afastamento entre as curvas, em parte, tem haver com a forma aerodinâmica das pás, uma vez, que o rotor Verdant Power foi construído utilizando um conjunto de perfis ao longo do raio, baseados na série NACA 44XX, o conjunto de perfis foi omitido no trabalho de Sale, Jonkman e Musial (2009). No presente trabalho, a simulação foi desenvolvida utilizando perfil único ao longo da pá (NACA 4418), o que apresenta boa aproximação.

5. CONCLUSÃO

O modelo matemático apresentado neste trabalho, corresponde a uma ferramenta alternativa para o projeto de rotores hidrocineéticos de fluxo livre e que pode ser estendido à rotores com difusor. Esta última informação fica como trabalho futuro. A principal vantagem do modelo proposto é que em sua estrutura principal é pré-vista a equação mais geral que relaciona os fatores de indução no plano do rotor e na esteira estabelecida por Eggleston e Stoddard (1987). O modelo considera, ainda, a correção de Glauert (1926), que aqui foi modificada com o propósito de atender as condições estabelecidas pelas Eqs. (3) e (4). As comparações desenvolvidas mostram que o modelo apresenta boa concordância quando comparado com o modelo da NREL (Sale, Jonkman e Musial, 2009) e o método BEM clássico (Hansen, 2000). Observa-se, também, que o modelo apresenta boa eficiência, principalmente para baixas velocidades do escoamento, comuns nos rios da Amazônia (Brasil Junior, 2006).

Agradecimentos

O presente trabalho foi desenvolvido no Grupo de Estudos e Desenvolvimento de Alternativas Energéticas – GEDAE, membro sede do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Energias Renováveis e Eficiência Energética da Amazônia – INCT – EREEA, como parte de um projeto financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.

REFERÊNCIAS

- Abbot, J. H. and Doenhoff, V., 1959. Theory of Wing Suctions, *Dover Publications Inc*, 2nd. Edition.
- Alves, A. S. G. , 1997. Análise do Desempenho de Rotores Eólicos de Eixo Horizontal, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Pará, Brasil.
- Brasil-Junior, A. C. P., Salomon, L. R. B., Els, R. V., Ferreira, W. O., 2006. A New Conception of Hydrokinetic Turbine of Isolated Communities in Amazon, IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Recife, Pernambuco, Brasil.
- Eggleston, D. M. and Stoddard, F. S., 1987. “Wind Turbine Engineering Design”, Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- Glauert H., 1926. The elements of airfoil and airscrew theory. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hansen MOL. Documentation of code and airfoil data used for the NREL 10-m wind turbine. ROTABEMDTU, November 2000.
- Hibbs, B., Radkey, R. L., 1981. Small Wind Energy Conversion System Rotor Performance Model Comparison Study. Rockwell Int. Rocky Flats Plant, RFP-4074/13470/36331/81-0.

- Joukowski, N. E., 1918. Travanx du Bureau des Calculs et Essais Aeronautiques de l'Ecole Superieure Technique de Moscou.
- Lissaman, P. B. S., 1994. Wind Turbine Airfoils and Rotor Wakes, in Spera, D. A. *Wind Turbine Technology*, ASME Press. Cap. 6.
- Mesquita, A. L. A. and Alves, A. S. G., 2000. An Improved Approach for Performance Prediction of HAWT Using Strip Theory, *Wind Engineering*, Vol. 24, No. 6.
- Ostowari, C., and Naik, D., 1984. Post-Stall Wind Turbine Studies of Varying Aspect Ratio Wind Tunnel Blades with NACA 44XX Series Airfoil Sections, Golden, Colorado: *National Renewable Energy Laboratory*.
- Sale, D., Jonkman, J., Musial, W., 2009. Hydrodynamic Optimization Method and Design Code for Stall-Regulated Hydrokinetic Turbine Rotors. ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore, and Arctic Engineering Honolulu, Hawaii May 31–June 5.
- Vaz, J. R. P., Silva, D. O., Mesquita, A. A, Lins, E. F., Pinho, J. T., 2009a. Aerodynamic and Modal Analyses of Blades for Small Wind Turbines, 20th International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, Rio Grande do Sul, Brazil.
- Viterna, L. A., and Corrigan R. D., 1981. Fixed Pitch Rotor Performance of Large Horizontal Axis Wind Turbines, Proceedings, *Workshop on Large Horizontal Axis Wind Turbines*, NASA CP-2230, DOE Publication CONF-810752, Cleveland, OH: NASA Lewis Research Center, pp. 69-85.
- Wilson, R. E., Lissaman, P. B. S., 1974. Applied Aerodynamics of Wind Power Machines, Oregon State University, Report N° NSF-RA-N-74-113.

AN EXTENSION OF BEM METHOD APPLIED TO HYDROKINETIC ROTOR DESIGN OF FREE FLOW

Abstract. *A mathematical model is presented in this work, corresponding to an extension of the classical Blade Element Momentum – BEM theory for the hydrokinetic turbine design with extended operation for tip-speed-ratio less than 2, which is considered the influence of wake on the rotor plane in the general form. This influence shows up considerably when the tip-speed-ratio is small, justifying the development of formulations that predict the effects of the wake on the rotor plane. The mathematical model proposed uses the Glauert's model, on which to impose a modification.*

Key words: *Hydrokinetic rotors, BEM method, Glauert's model.*