UM NOVO MODELO MATEMÁTICO PARA A OTIMIZAÇÃO DA CORDA E DO ÂNGULO DE TORÇÃO DE PÁS EÓLICAS

Jerson Rogério Pinheiro Vaz – jerson@ufpa.br
André Luis Amarante Mesquita – andream@ufpa.br
Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Mecânica
João Tavares Pinho – jtpinho@ufpa.br
Universidade Federal de Pará, Faculdade de Engenharia Elétrica

Resumo. *O presente trabalho propõe um modelo matemático para a otimização das distribuições de corda e ângulo de torção, considerando a influência da esteira na sua forma geral. Tal modelo constitui-se como uma extensão do modelo de otimização de Glauert para o caso de turbinas eólicas que operam à baixas razões de velocidade, objetivando a máxima extração de energia do vento através de uma modificação na forma aerodinâmica do rotor eólico, considerando o limite de Betz para o qual a máxima conversão da energia cinética transportada pelo fluido, por uma turbina de eixo horizontal e fluxo livre é de 59,26%.*

Palavras-chave: *Otimização aerodinâmica de pás, Otimização de Glauert, Turbinas eólicas.*

1. INTRODUÇÃO

A busca por modelos de otimização aerodinâmica de pás de turbinas de eixo horizontal tem se tornado expressivo nos últimos anos. Um modelo que tem se destacado é o que utiliza algoritmos genéticos (Rodrigues, 2007, Sale, Jonkman e Musial, 2009) baseado na seleção dos parâmetros aerodinâmicos do rotor que maximizam o coeficiente de potência do sistema, entretanto tais modelos utilizam uma estrutura muito sensível quanto ao critério de convergência. O modelo clássico de Glauert (1926) ainda é o mais utilizado por apresentar baixo custo computacional e fácil implementação (Mesquita e Alves, 2000), principalmente para o caso de rotores eólicos de pequeno porte (Vaz *et al*, 2009b), porém em sua estrutura principal considera-se que o fator de indução na esteira é o dobro do fator de indução no plano do rotor, desprezando a forma geral estabelecida no trabalho de Wilson e Lissama (1974) para a influência da esteira sobre o plano do rotor quando a máquina opera em baixas razões de velocidade. Sendo assim, o presente trabalho propõe um novo modelo matemático de otimização aerodinâmica baseado na relação geral entre os fatores de indução no rotor e na esteira livre.

2. O MODELO MATEMÁTICO

Um modelo de escoamento, que considera as equações completas do momento angular para a rotação na esteira, foi apresentado por Joukowski (1918), aplicada por Glauert (1926) no estudo de propulsores, e mais tarde modificada por Wilson e Lissama (1974) para o caso do projeto de rotores eólicos, onde a indução no escoamento provocada pela esteira é o dobro da indução no plano do rotor. A Fig. 1, mostra um esquema para o comportamento do escoamento em um tubo de correntes (Hansen, 2000).

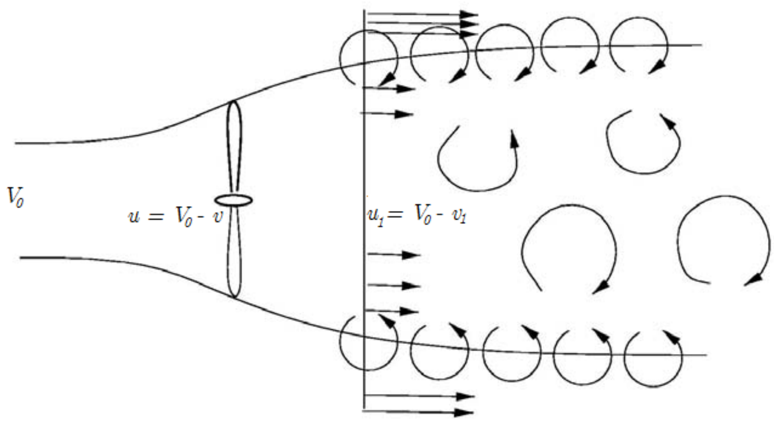

Figura 1: Esquema simplificado das velocidades no plano do rotor e na esteira (Hansen, 2000).

As velocidades u e u_1 no plano do rotor e na esteira, respectivamente são induzidas e escritas na forma:

$$\begin{cases} V_0 - v = u \equiv (1-a)V_0 \\ V_0 - v_1 = u_1 \equiv (1-b)V_0 \end{cases} \tag{1}$$

onde $v = aV_0$ e $v_1 = bV_0$. V_0 é a velocidade não perturbada do escoamento, a e b são os fatores de indução no plano do rotor e na esteira, respectivamente. Aplicando a equação da energia (mostrado em detalhes no trabalho de Eggleston e Stoddard, 1987, Wilson e Lissama, 1974) para as velocidades induzidas (1), tem-se a Eq. (2), cuja relação mostra que o fator de indução no plano do rotor apresenta uma relação não linear com o fator de indução na esteira livre para baixas razões de velocidade, principalmente para valores de $X < 2$, como visto na Fig. 2.

$$a = \frac{b}{2}\left[1 - \frac{b^2(1-a)}{4X^2(b-a)}\right] \tag{2}$$

onde X é a razão de velocidade (do Inglês: *tip-speed-ratio*).

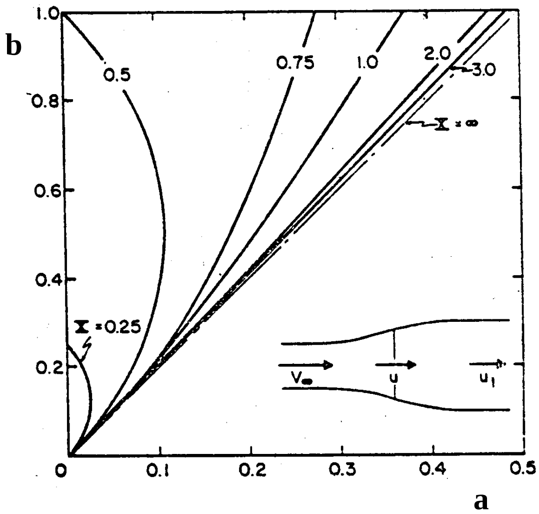

Figura 2: Relação b/a para alguns valores de X (Wilson e Lissaman, 1974).

O coeficiente de potência, neste caso, apresenta a forma da Eq. (3) (Wilson e Lissama, 1974).

$$Cp = \frac{b^2(1-a)^2}{b-a} \tag{3}$$

Diferenciando Cp em relação ao fator de indução axial no plano do rotor a, para maximizar o coeficiente de potência, tem-se o valor de a ótimo na Eq. (4).

$$a_{opt} = \frac{b\left(-1+\frac{db}{da}\right) + 2\frac{db}{da} - \sqrt{4\left(\frac{db}{da}\right)^2 - 4b\frac{db}{da}\left(3+\frac{db}{da}\right) + b^2\left[1 + 14\frac{db}{da} + \left(\frac{db}{da}\right)^2\right]}}{4\frac{db}{da}} \tag{4}$$

onde a correlação para $\frac{db}{da}$ é obtida diferenciando a Eq. (2).

$$\frac{db}{da} = \frac{b^3 + 4X^2(4a-3b)}{3b^2(1-a) + 4X^2(3a-2b)} \tag{5}$$

A Eq. (4) se reduz ao valor ótimo de a previsto na teoria do disco atuador bastando fazer $b = 2a$ e, conseqüentemente $\frac{db}{da} = 2$, onde $a_{opt} = \frac{1}{3}$ (Eggleston e Stoddard, 1987). A Fig. (3) mostra os perfis dos fatores de indução ao longo da pá apresentados neste trabalho. Observe que o comportamento dos parâmetros b é b' são diferentes daqueles utilizados por Glauert (1926), onde $b = 2a$ e $b' = 2a'$, considerando os fatores de indução na esteira o dobro dos fatores de indução no plano do roto em qualquer faixa de operação da máquina. Tal aspecto não considera a não linearidade apresenta pela Eq. (2) no regime de baixa razão de velocidade, como visto na Fig. 3.

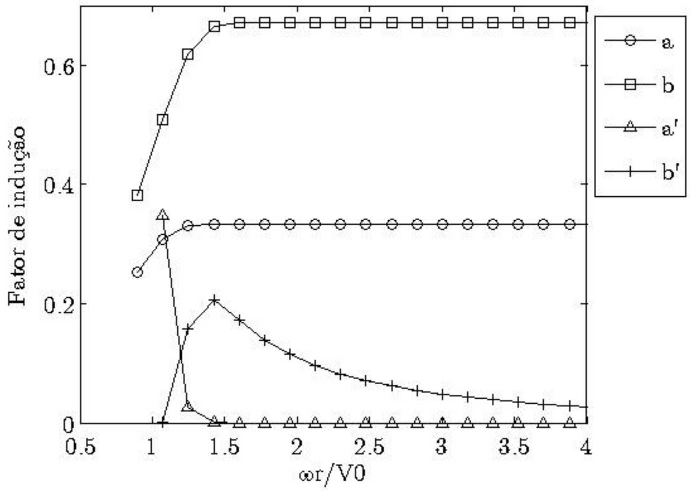

Figura 3: Comportamento dos fatores de indução na esteira e no plano do rotor.

A Fig. 4, mostra que a otimização proposta resulta em uma tendência do coeficiente de potência em atingir a máxima eficiência do rotor de acordo com o limite de Betz (1919). A Fig. 5 relaciona o coeficiente de potência estabelecido pela Eq. (3) com o limite de Betz (1919) dado por 16/27.

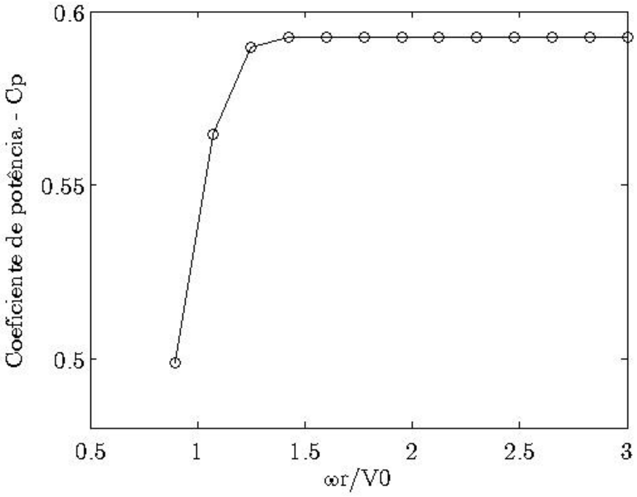

Figura 4: Comportamento do coeficiente de potência ao longo do raio da pá.

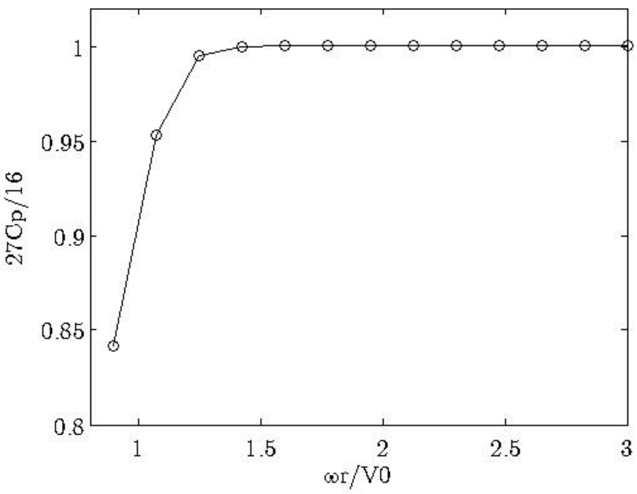

Figura 5: Coeficiente de potência em relação ao limite de Betz (1919).

Portanto, com o valor de a_{opt} calculado na Eq. (4) é possível calcular o valor da corda ótima através da Eq. (6).

$$c_{opt} = \frac{4\pi rbF\sin^2(\phi)}{BC_n\left(1-a_{opt}\right)} \tag{6}$$

onde

$$C_n = C_l\cos\phi + C_d\sin\phi \tag{7}$$

C_l e C_d são os coeficientes de sustentação e arrasto respectivamente, que em geral são obtidos de testes em túnel de vento. As Eqs. (6) e (9) podem ser verificadas em detalhes no trabalho de Mesquita e Alves (2000). O cálculo de *a'* pode ser desenvolvido utilizando a relação ótima estabelecida por (Hansen, 2000).

$$a'_{opt} = \frac{\left(1-3a_{opt}\right)}{\left(4a_{opt}-1\right)} \tag{8}$$

Uma vez calculado a'_{opt}, calcula-se *b'*

$$b'_{opt} = \frac{\left(1+a'_{opt}\right)\sigma C_t}{2F\sin\phi\cos\phi} \tag{9}$$

onde

$$\sigma = \frac{cB}{2\pi r} \tag{10}$$

e

$$C_t = C_l\sin\phi - C_d\cos\phi \tag{11}$$

O ângulo de escoamento ϕ ótimo é calculado fazendo

$$\phi_{opt} = \tan^{-1}\left[\frac{\left(1-a_{opt}\right)}{\left(1+a'_{opt}\right)x}\right] \tag{12}$$

onde a razão de velocidade local é:

$$x = \frac{\omega r}{V_0} \tag{13}$$

Finalmente o ângulo de torção ótimo é dado por

$$\beta_{opt} = \phi_{opt} - \alpha \tag{14}$$

Uma vez que todas as equações do modelo foram definidas, o algoritmo pode ser sumarizado em dez passos. Assume-se que cada elemento do volume de controle é independente do outro, ou seja, cada seção pode ser analisada separadamente e as soluções são obtidas em cada passo na posição radial.

Passo	PROCEDIMENTO
1	Arbitram-se valores para *a* e *a'*. No presente trabalho *a* = 0,3 e *a'*= 0,01.
2	Calcula-se o ângulo ϕ usando a equação (12).
3	Calcula-se *b* através da Eq. (15), onde é aplicado o método de Newton.

$$b_i = b_{i-1} - \frac{\Phi\left(b_{i-1}\right)}{\frac{d\Phi\left(b_{i-1}\right)}{db}} \tag{15}$$

para

$$\Phi(b) = \frac{b}{2}\left[1 - \frac{b^2(1-a)}{4X^2(b-a)}\right] - a \tag{16}$$

4 Lê-se $C_L(\alpha)$ e $C_D(\alpha)$ de uma tabela para um ângulo de ataque α fixo.
5 Calcula-se o valor de *a* ótimo na Eq. (4).
6 Calcula-se o valor da corda ótima c_{opt} na Eq. (6).
7 Calcula-se o valor de *a'* ótimo na Eq. (8).
8 Calcula-se o valor de *b'* na Eq. (9).
9 Calcula-se o valor do ângulo de torção ótimo da pá β_{opt} na Eq. (14).
10 Verifica-se a convergência para *a* e *a'*. Se a tolerância não for alcançada, retornar ao passo 2. Neste trabalho, a tolerância considerada é de 10^{-3}.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram desenvolvidos comparando o método proposto com o modelo clássico de otimização de Glauert (1926) para uma turbina eólica de pequeno porte com 4 m de diâmetro, 3 pás e rotação de 100 rpm. O perfil aerodinâmico utilizado é o NACA 64_4-421, que apresenta boas características aerodinâmicas, principalmente para rotores eólicos de pequeno porte (Vaz *et al*, 2009a).

As Figs. 6 e 7 mostram que apesar do aumento na corda e no ângulo de torção da pá, o modelo proposto apresenta boa concordância quando sua eficiência é comparada ao modelo ótimo de Glauert (1926), Figs. 10 e 11. As Figs. 8 e 9 apresentam as pás projetadas utilizando os dois modelos mostrados neste trabalho.

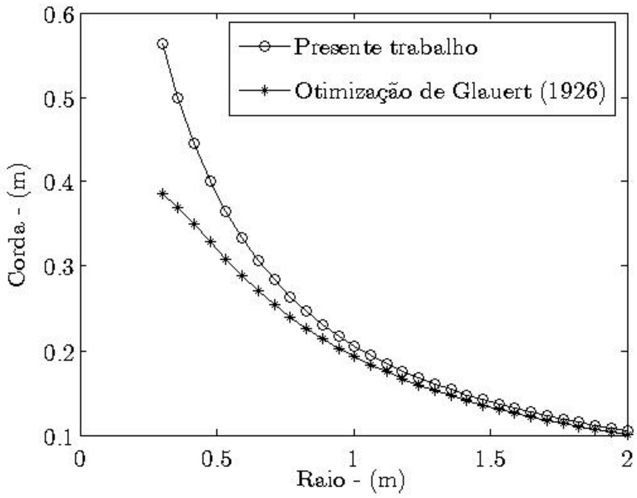

Figura 6: Comparação entre as distribuições de corda.

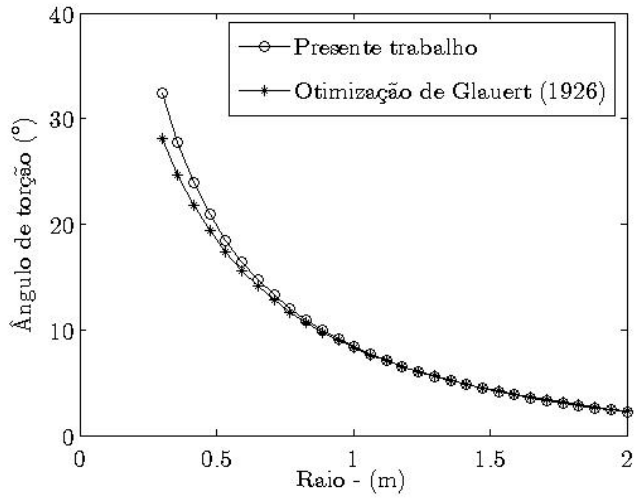

Figura 7: Comparação entre as distribuições do ângulo de torção.

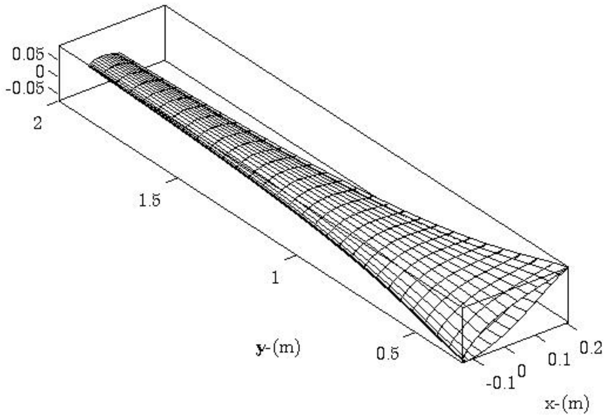

Figura 8: Pá eólica projetada utilizando o modelo ótimo de Glauert.

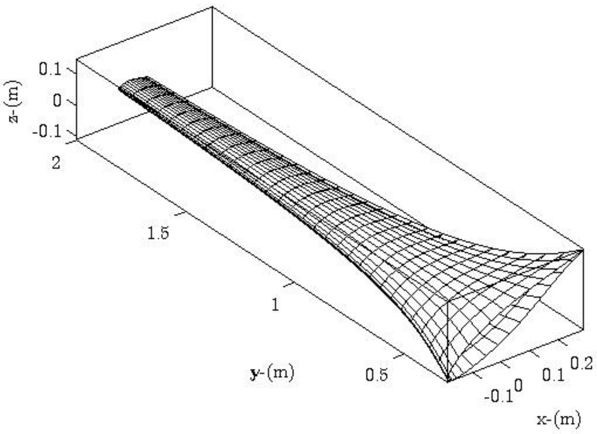

Figura 9: Pá eólica projetada utilizando o modelo ótimo proposto no presente trabalho.

Nas Figs. 10 e 11 a curva de eficiência calculada com o modelo proposto é sensivelmente melhor que o modelo ótimo de Glauert (1926). Apesar da pequena diferença nos valores do coeficiente de potência entre os modelos, a potência de saída do rotor (Fig. 12) apresenta uma resposta mais significativa, pois a potência varia de forma direta com o cubo da velocidade de vento, permitindo que por menor que seja a melhoria na eficiência a resposta seja relativamente melhorada na obtenção da potência de saída. Observa-se que, para a pá projetada, os maiores valores da potência são verificados para velocidades acima de 4,5 m/s (Fig. 12), onde é perceptível a diferença entre as curvas, a partir do qual o rotor passa a experimentar menores valores para a razão de velocidade X, pois X é inversamente proporcional a V_0, dado por $X = \omega R / V_0$.

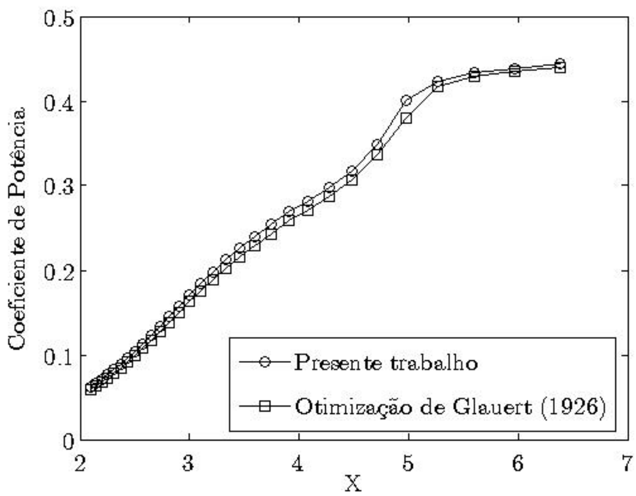

Figura 10: Coeficiente de potência em relação a razão de velocidade - *X*.

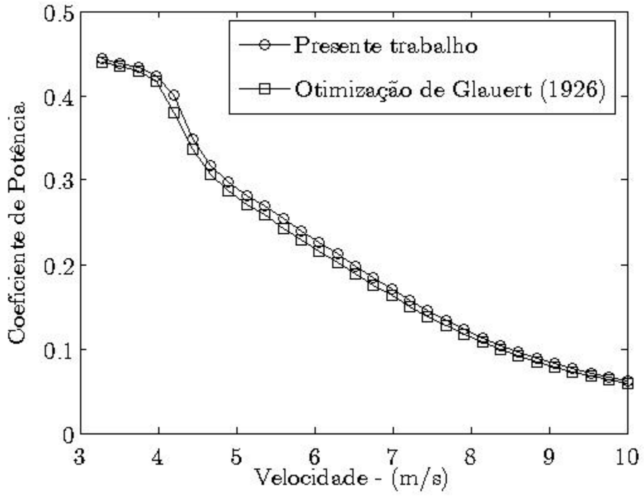

Figura 11: Coeficiente de potência em relação a velocidade do vento.

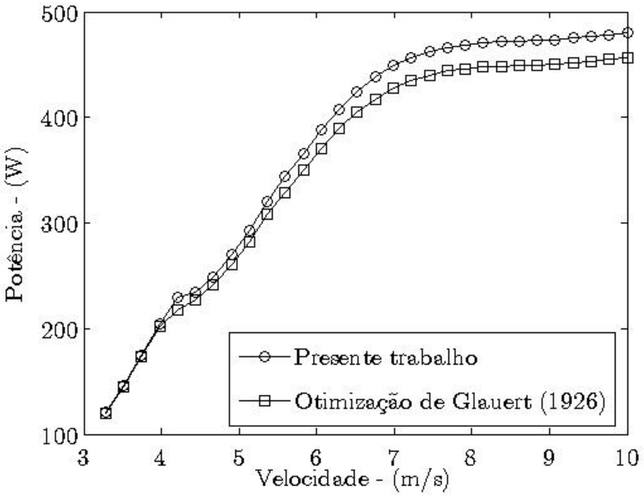

Figura 12: Potência do rotor em relação a velocidade do vento.

4. CONCLUSÃO

O modelo matemático apresentado neste trabalho corresponde a uma ferramenta alternativa para o projeto otimizado de rotores eólicos, em que a principal vantagem é que em sua estrutura principal é pré-vista a equação geral que relaciona os fatores de indução no plano do rotor e na esteira estabelecida por Wilson e Lissama (1974). O método apresentado converge para a teoria clássica de otimização de Glauert (1926), satisfazendo a condição estabelecida por Betz (1919), onde a máxima energia a ser extraída do escoamento é de 59,26%. O comportamento dos fatores de indução na esteira livre é totalmente não linear para baixas razões de velocidade, evidenciando a necessidade de formulações que atendam tais característica, uma vez que este fato representa o regime em que o rotor opera de forma mais lenta, como os de múltiplas pás. As comparações desenvolvidas mostram que o modelo apresenta boa concordância quando comparado com o modelo clássico de otimização de Glauert (1926). Observa-se, também, que o modelo apresenta boa eficiência, principalmente para baixas razões de velocidade. Os resultados são iniciais, entretanto consideráveis. Outras simulações estão sendo realizadas com o modelo proposto, inclusive uma extensão para o caso de rotores hidrocinéticos de fluxo livre, que em geral são de múltiplas pás.

Agradecimentos

O presente trabalho foi desenvolvido no Grupo de Estudos e Desenvolvimento de Alternativas Energéticas – GEDAE, membro sede do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Energias Renováveis e Eficiência Energética da Amazônia – INCT – EREEA, como parte de um projeto financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.

5. REFERÊNCIAS

Betz, A., (1919). 'Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust", Göttinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse: pp. 193-213.

Eggleston, D. M. and Stoddard, F. S. (1987). "Wind Turbine Enginering Design", Van Nostrand Reinhold Company, New York.

Glauert H. (1926). The elements of airfoil and airscrew theory. Cambridge: Cambridge University Press.

Hansen MOL. (2000). Documentation of code and airfoil data used for the NREL 10-m wind turbine. ROTABEMDTU, November.

Joukowski, N. E., (1918). Travanx du Bureau des Calculs et Essais Aeronautuiques de l'Ecole Superieure Technique de Moscou.

Mesquita, A. L. A. and Alves, A. S. G. (2000). An Improved Approach for Performance Prediction of HAWT Using Strip Theory, *Wind Engineering*, Vol. 24, No. 6.

Rodrigues, A. P. de S. P., (2007). Parametrização e Simulação Numérica da Turbina Hidrocinética – Otimização via Algoritmos Genéticos, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica.

Sale, D., Jonkman, J., Musial, W., (2009). Hydrodynamic Optimization Method and Design Code for Stall-Regulated Hydrokinetic Turbine Rotors. ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore, and Arctic Engineering Honolulu, Hawaii May 31–June 5.

Vaz, J. R. P., Silva, D. O., Pinho, J. T., Branco, T. M. M., Mesquita, A. A. (2009a). Estudo da Eficiência de Perfis Aerodinâmicos Aplicados a Aerogeradores de Pequeno Porte, *III Congresso Brasileiro de Eficiência Energética*, Belém, Pará, Brasil.

Vaz, J. R. P., Silva, D. O., Mesquita, A. A, Lins, E. F. and Pinho, J. T. (2009b). Aerodynamic and Modal Analyses of Blades for Small Wind Turbines, 20th International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, Rio Grande do Sul, Brazil.

Wilson, R. E., Lissaman, P. B. S., (1974). Aplied Aerodynamics of Wind Power Machines, Oregon State University, Report N^o NSF-RA-N-74-113.

A NEW MATHEMATICAL MODEL FOR THE OPTIMIZATION OF CHORD AND TWIST ANGLE OF WIND BLADE

Abstract. This paper presents a mathematical model to optimize the distribution of chord and twist angle, considering the influence of the wake on the general form. This model was established as an extension of Glauert's optimization model for the case of wind turbines operating at low tip-speed-ratio, aiming at the maximum extraction of wind energy through a change in the aerodynamic shape of the wind rotor.

***Key words**:* Aerodynamic optimization of blades, Glauert's optimization, Wind turbines