

MODELADO, SIMULACIÓN Y PRONÓSTICO DE VARIABLES AMBIENTALES EN LA REGIÓN DEL ALTIPLANO BOLIVIANO

Gimmy Nardó Sanjinés Tudela– g.sanjines97@egresados.uniandes.edu.co
Escuela Militar de Ingeniería “Mcal. Antonio José de Sucre”

Resumen. En el presente trabajo de investigación se realiza el análisis, modelado, simulación y pronóstico de datos reales de la región del Altiplano de Bolivia donde se pone en evidencia los factores climatológicos más importantes dados por la Organización Mundial Meteorológica. Para el presente estudio se seleccionan las siguientes variables climáticas: radiación solar, temperatura media, heliofanía, humedad relativa, precipitación pluvial, Nubosidad, temperatura Máxima, Temperatura Mínima. De las variables citadas los cuatro primeros son tomados en un intervalo de 6 años, de 2002 a 2008, recolectados día a día, haciendo un total de 2190 mediciones para cada factor y los restantes en un intervalo de 50 años, de 1958 a 2008 recolectados mes a mes. La razón para el mencionado intervalo de muestreo es que algunos fenómenos como ser la precipitación pluvial, por ejemplo, pueden o no ocurrir durante largos períodos de tiempo. El aporte principal que se realiza es la descripción formal de los patrones inmersos en las series de tiempo mediante el análisis espectral y modelado armónico lo cual se complementa con la aplicación del modelado arima(p,d,q) por Sarima(P,D,Q) para el pronóstico corto plazo. De este modo se crean series artificiales mediante simulación. Finalmente se concluye que el modelado se puede emplear para la correcta localización y aplicación de tecnologías para la generación de energías limpias.

Palabras clave: Modelado, Simulación, Pronóstico, Variables Climáticas

1. INTRODUCCIÓN

Subieta F. (1994), expresa que geográficamente el Altiplano es la meseta alta situada entre las dos cordilleras de los Andes, Oriental y Occidental, con un área de 147000 Km² aproximadamente, o sea más del 13% del territorio nacional y abarca gran parte de los departamentos de La paz, Oruro y Potosí. El Altiplano Andino comienza por el Norte en el Abra de Raya al Sur del Perú, a 14° 30' aproximadamente continuando hasta el paralelo 21°50' en el ingreso de la Puna de Atacama en territorio Chileno.

El problema central de la investigación radica en el estudio sistemático del clima, efectuando un análisis de las variables que la componen¹. Por lo cual el objetivo principal del presente estudio es el aplicar la teoría del pronóstico para la estimación e identificación de un modelo matemático para cada variable del clima del Altiplano que en el presente trabajo se denominará factor climatológico.

El método para el desarrollo, el diagnóstico del modelo y posterior estimación de los parámetros emplea los siguientes pasos; análisis de datos, síntesis del modelo, verificación del modelo, validación del modelo, pronóstico e inferencia.

2. ANÁLISIS, MODELADO Y PRONÓSTICO

2.1 Análisis espectral y modelos armónicos.

En los análisis pertenecientes a la teoría de la información, en el espacio de la frecuencia, se utiliza la Transformada de Fourier Digital, haciendo uso del teorema del muestreo. Es decir, se trata de muestrear la función cuya transformada deseamos conocer de tal modo que el intervalo del muestreo L sea lo suficientemente pequeño como para que dos de esas muestras definan la longitud de onda de Nyquist de tal modo que esta última defina la máxima frecuencia existente en la función buscada.

En la Fig. 1 se muestra como ejemplo la aplicación de la transformada digital de Fourier Nubosidad. En función del análisis que se realiza sobre los datos se puede apreciar que a pesar del ruido que distorsiona el patrón de comportamiento en las series temporales, una vez que se obtiene la transformada, las frecuencias de tales series temporales se hacen visibles. En forma gráfica se puede estimar la frecuencia, observando el pico más alto o significativo que muestra la existencia de un período. Para hallar un valor concreto se busca en la tabla el valor más alto que muestra la frecuencia en forma numérica. La existencia de dos picos notables en la serie transformada se debe a la existencia de dos frecuencias que en general se dará que una sea mayor que la otra lo cual demuestra la existencia de dos frecuencias diferentes en la serie original. En función de lo anterior se llega a la conclusión de que los factores climáticos tienen un comportamiento estacional muy notorio en datos mensuales.

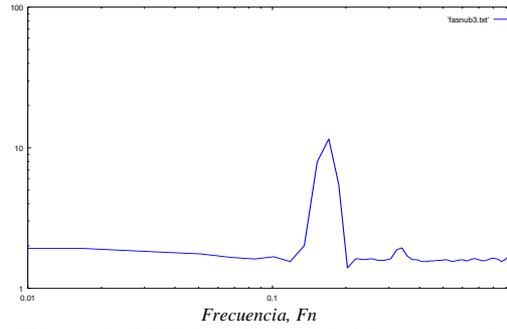


Figura 1- DFT de la Nubosidad (mes a mes)

2.2 Análisis armónico.

El problema central de la presente sección es el de encontrar periodicidades de un periodo dado en una serie temporal y ajustarla a la Ec.1., ello es importante sobre todo para comprobar la existencia de periodicidades que se pueden conjeturar de un modo automático. Para estimar el número de armónicas significativas se aplica la Ec. 1 la cual para fines de programación se denota como:

$$f(x) = A_o + \sum_{j=1}^H A_j \cos(j * x - \beta_j) \quad (1)$$

Donde:

$0 < x < 2\pi$

H : número máximo de armónicas

A_j : es la amplitud j

β_j : es la fase j

En las Fig. 2 se muestran los resultados y los correspondientes parámetros estimados para cada armónica, así como el respectivo modelo matemático de comportamiento.

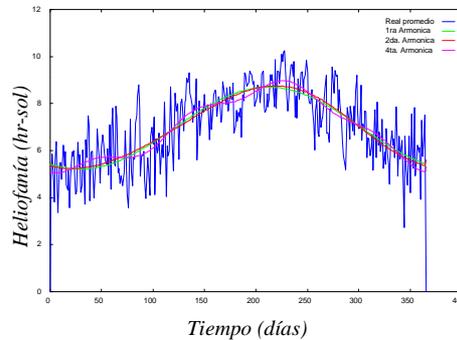


Figura 2- 1ra, 2da y 4ta Armónica de la heliofanía (día a día)

El modelo matemático para la heliofanía ajustada con la cuarta armónica es:

$$H(t) = \frac{13.91}{2} + 1.75 \cos(t - 3.65) + 0.1252 \cos(2t - 2.22) + 0.04 \cos(3t - 1.68) + 0.27 \cos(4t - 3.18) \quad (2)$$

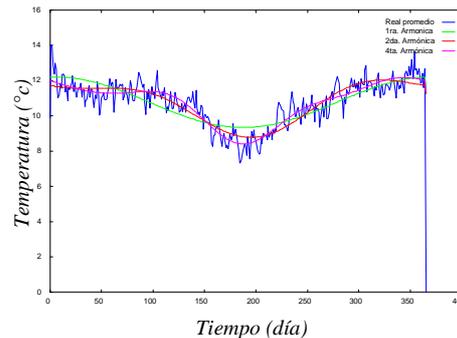


Figura 3- 1ra, 2da, 4ta Armónica de la Temperatura Media (día a día)

El modelo matemático para la Temperatura media ajustada con la cuarta armónica es:

$$T_m(t) = \frac{2156}{2} + 1.43\cos(t - 0.08) + 0.58\cos(2t - 3.74) + 0.35\cos(3t - 6.07) + 0.08\cos(4t - 3.54) \quad (3)$$

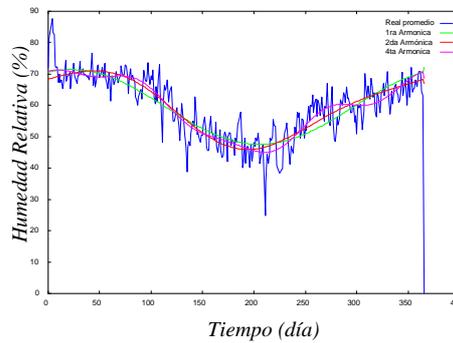


Figura 4- 1ra, 2da, 4ta Armónica de la Humedad Relativa (día a día)

El modelo matemático para la humedad relativa ajustada con la cuarta armónica es:

$$HR(t) = \frac{119}{2} + 11.9\cos(t - 0.39) + 2.25\cos(2t - 2.96) + 0.88\cos(3t - 0.8161) + 0.90\cos(4t - 6.11) \quad (4)$$

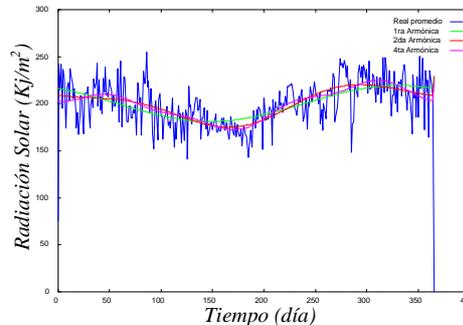


Figura 5- 1ra, 2da, 4ta Armónica de la Radiación Solar (día a día)

El modelo matemático para la Radiación solar ajustada con la cuarta armónica es:

$$R_s(t) = \frac{400.61}{2} + 19.1\cos(t - 5.69) + 7.52\cos(2t - 2.94) + 2.05\cos(3t - 3.76) + 4.38\cos(4t - 2.97) \quad (5)$$

Como conclusiones del análisis armónico de las variables objeto de estudio se expresa que los modelos estimados para cada uno de los factores muestran un patrón de comportamiento. Explicando el significado de los armónicos encontrados se puede mencionar que el primer armónico significa que a los primeros días del comienzo del año se presentan los valores máximos y aproximadamente alrededor de medio año se encuentran los valores mínimos, el segundo armónico tienen que ver con la variación del valor del factor climatológico con un periodo de medio año. El cuarto armónico se refiere a la representación de las cuatro estaciones, empero esta es poco significativa. Por lo cual se puede decir que en la región del Altiplano se tienen dos estaciones (segunda armónica significativa) referentes a un periodo de lluvia y temperatura alta y otra fría y un mínimo de lluvia. Este último con mayor incidencia de la radiación solar por lo cual se afirma que esta región es adecuada para la explotación de la energía solar mediante paneles fotovoltaicos y tecnologías termosolares.

2.3 Modelado.

Para el modelado se estudian las características dinámicas de los diferentes tipos de procesos, empezando por los AR(p), siguiendo por los MA(q), ARMA(p,q) y finalizando con los mixtos e integrados ARIMA(p,d,q) x SARIMA(P,D,Q). Iniciando con las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, los cuales permiten caracterizar con rasgos propios cada tipo de proceso, incluyendo el orden del mismo. Precisamente por ello, la especificación ARIMA tiene como base una estimación previa de las funciones de autocorrelación a partir de los datos disponibles, para decidir así el proceso inicialmente seleccionado como explicativo de la serie temporal disponible.

Por su importancia a efectos de aplicaciones prácticas, se considera primeramente los procesos autocorregresivos de primer y segundo orden y después se generaliza sus resultados para un proceso cualquiera de orden p, los cuales se aplican también a los modelos SAR(p).

Box. J. & Jenkins G. (1969) muestra que un proceso autorregresivo de primer orden o proceso de Markov, que notaremos abreviadamente como AR(1), vendrá definido por:

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t \quad (6)$$

donde se considera que Z_t y Z_{t-1} son ya desviaciones de la variable respecto a la media μ del proceso (que se supone estacionario) y a_t será la habitual perturbación aleatoria o ruido blanco:

$$a_t \approx N(\mu, \sigma_a) \quad (7)$$

El parámetro ϕ deberá cumplir la restricción

$$-1 < \phi < 1$$

para que el proceso sea realmente estacionario, como se pone de manifiesto si se toman las varianzas en la expresión inicial Ec. (6) del proceso y tenemos presente que a_t es independiente de Z_{t-1} , con lo que

$$\sigma_z^2 = \phi^2 \sigma_z^2 + \sigma_a^2 \quad (8)$$

es decir

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \phi^2}$$

y para que σ_z^2 sea finita y no negativa, necesariamente $|\phi| < 1$.

Si se multiplica ahora la expresión inicial del proceso por Z_{t-k} , para $k \geq 1$, y tomamos esperanzas matemáticas

$$E(Z_t Z_{t-k}) = \phi E(Z_{t-1} Z_{t-k}) + E(a_t Z_{t-k})$$

y sustituyendo por:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= E(Z_t Z_{t-k}) \\ \gamma_{k-1} &= E(Z_{t-1} Z_{t-k}) \\ E(a_t Z_{t-k}) &= 0 \end{aligned}$$

se tiene la función,

$$\gamma_k = \phi \gamma_{k-1} \quad (9)$$

ya que todos los otros términos serán cero, como resulta evidente a partir de las ecuaciones de Yule-Walker para un proceso AR(1) en la cual para hallar la autocorrelación parcial ϕ_{22} . Tenemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

De la cual resolviendo la ecuación y reemplazando en ella la identidad $\rho_2 = \phi^2$ se obtiene:

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} = \frac{\phi^2 - \phi^2}{1 - \phi^2} = 0$$

En síntesis el comportamiento de un modelo AR(1) será de decrecimiento exponencial en la función de autocorrelación (fas) y un solo valor diferente de cero en la función de autocorrelación parcial (fap).

Analizando en forma similar el proceso autorregresivo de segundo orden, AR(2):

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t \quad (10)$$

Si se multiplica esta expresión por Z_{t-k} y se toma esperanzas, obtenemos la expresión general:

$$E(Z_t Z_{t-k}) = \phi E(Z_{t-1} Z_{t-k}) + \phi_2 E(Z_{t-2} Z_{t-k}) + E(a_t Z_{t-k}) \text{ que, para el caso particular de } k = 0, \text{ nos da:}$$

$$\sigma_z^2 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_a^2$$

y para $k \geq 1$:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \tag{11}$$

y así sucesivamente podrían calcularse los coeficientes de autocorrelación en función de los parámetros del modelo. Según los valores de ϕ_1 y ϕ_2 , así la función de autocorrelación mostrará un decrecimiento continuo, alternando valores positivos con negativos, o bien ondas sinusoidales decrecientes permitiendo definir un triángulo de estacionariedad o valores admisibles para un proceso AR(2) que cumplen con las anteriores restricciones, y que da raíces complejas para la zona por debajo del círculo.

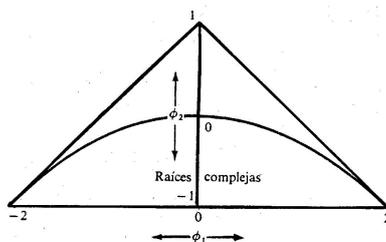


Figura 6- Triángulo de estacionariedad para procesos AR(2).
Fuente: Box. J. & Jenkins G. (1969)

En síntesis se puede afirmar que para un AR(2) los dos valores de autocorrelación parcial serán diferentes de cero y que la función de autocorrelación presenta una combinación de sinusoidales y exponenciales.

Se puede ahora generalizar los resultados para cualquier proceso autorregresivo de orden p, AR(p).

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \tag{12}$$

Por último se muestra las estimaciones de los parámetros de modelos ARIMA (p,d,q) x SARIMA (P,D,Q) para datos mensuales y diarios en la Tab. 1 y 2.

Tabla 1. Parámetros De Modelos Sarima(P,D,Q)

Para Datos Mensuales Y Diarios

CARACTERÍSTICAS DE DATOS	VARIABLE METEOROLÓGICA		PP	HR	NUB	TME	TMI
	TIPO DE MUESTREO		Mes	Mes	Mes	Mes	Mes
SAR(1)	Phi 1		0,6435	0,6885	0,7825	0,7706	0,9262
SAR(2)	Phi 1		0,6435	0,6600	X	X	X
	Phi 2		0,1190	0,2230	X	X	X
SARIMA(1,1,0)	Phi 1		-0,6553	-0,6368	-0,6590	-0,6415	-0,6429
SARIMA(1,2,0)	Phi 1		-0,5127	-0,4638	-0,4803	-0,4692	-0,4310

CARACTERÍSTICAS DE DATOS	VARIABLE METEOROLÓGICA		TMAX	HELIO	TME	HR	RS
	TIPO DE MUESTREO		Mes	Día	Día	Día	Día
SAR(1)	Phi 1		0,4415	-0,2390	0,3020	0,2830	0,1180
SAR(2)	Phi 1		X	X	X	X	X
	Phi 2		X	X	X	X	X
SARIMA(1,1,0)	Phi 1		-0,5958	-0,3790	X	X	X
SARIMA(1,2,0)	Phi 1		-0,4206	-0,1530	X	X	X

X: No Existe Parámetro Para El Modelo

donde:

PP= Precipitación Pluvial (mes a mes)

HR= Humedad relativa (mes a mes)

NUB= Nubosidad (mes a mes)

TME= Temperatura media (mes a mes)

TMI= Temperatura mínima (mes a mes)

TMAX= Temperatura máxima (mes a mes)

HELIO= Heliofania (día a día)

TME= Temperatura media (día a día)

HR= Humedad relativa (día a día)

RS= Radiación solar (día a día)

0

Tabla 2. Parámetros De Modelos Arima(P,D,Q) X Sarima(P,D,Q) Para Datos Mensuales Y Diarios

MODELO MATEMÁTICO	VARIABLE METEOROLÓGICA		PP	HR	NUB	TME	TMI
	PARÁMETRO		Mes	Mes	Mes	Mes	Mes
AR(1) x SAR(1)	Phi 1		-0,4860	0,6632	-0,6054	-0,1860	0,8151
	Phi s 1		-0,5177	0,6880	-0,5419	-0,4710	0,9262

MODELO MATEMÁTICO	VARIABLE METEOROLÓGICA		TMAX	HELIO	TME	HR	RS
	PARÁMETRO		Mes	Día	Día	Día	Día
AR(1) x SAR(1)	Phi 1		-0,4499	0,4180	0,7474	0,7333	0,4860
	Phi s 1		-0,4944	-0,3790	0,3020	0,2830	0,0125

Parámetros de Modelos arima(p,d,q) * SARIMA (P, D, Q) para datos mensuales

VARIABLE METEOROLÓGICA		PP	HR	NUB	TME	TMI	TMAX
PARÁMETRO		Mes	Mes	Mes	Mes	Mes	Mes
B ⁰	c	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
B ¹	d	0,5139	0,6308	0,3946	0,5140	0,6036	0,5501
B ²	e	-0,4861	-0,3692	-0,6054	-0,4860	-0,3964	-0,4499
B ¹²	f	0,4823	0,5706	0,4581	0,5290	0,4651	1,4944
B ¹³	g	-1,2832	-1,2187	-1,2645	-1,2139	-1,3505	0,1667
B ¹⁴	h	0,2344	0,2110	0,2773	0,2571	0,1844	0,6723
B ²⁴	i	0,5177	0,4294	0,5419	0,4710	0,5349	-0,4944
B ²⁵	k	0,7693	0,5898	0,8699	0,6990	0,7469	-0,7168
B ²⁶	m	-0,2517	-0,1585	-0,3281	-0,2289	-0,2120	0,2220

Modelo arima(p,d,q) * SARIMA(P,D,Q)

$$y_i = [(1 + \phi_1)B - \phi_1 B^2 - (1 - \phi_{12})B^{12} + (\phi_1 \phi_{12} + \phi_1 - \phi_{12} + 1)B^{13} + (\phi_1 \phi_{12} + \phi_1)B^{14} + \phi_{12} B^{24} + (\phi_{12} - \phi_1 \phi_{12})B^{25} + \phi_1 \phi_{12} B^{26}] * y_i + a_i$$

$$y_i = [c + dB + eB^2 + fB^{12} + gB^{13} + hB^{14} + jB^{24} + kB^{25} + mB^{26}] y_i + a_i$$

X: no existe parámetro para el modelo

donde:

PP= Precipitación Pluvial (mes a mes)

HR= Humedad relativa (mes a mes)

NUB= Nubosidad (mes a mes)

TME= Temperatura media (mes a mes)

TMI= Temperatura mínima (mes a mes)

TMAX= Temperatura máxima (mes a mes)

HELIO= Heliofania (día a día)

TME= Temperatura media (día a día)

HR= Humedad relativa (día a día)

RS= Radiación solar (día a día)

2.3 Simulación.

La finalidad de un modelo no es, naturalmente, reproducir la realidad en toda su complejidad, sino captar, formalmente lo que es esencial para comprender algún aspecto de su estructura o comportamiento. Para este fin seleccionamos aquellos aspectos de la realidad que consideramos esenciales para nuestro propósito.

La simulación en este caso es generar datos los cuales tengan las mismas características matemáticas, estadísticas y físicas que la serie original tanto como sea posible para poder re-crear las series con el fin de generar datos artificiales y rellenar datos ya sean en series defectuosas como en series faltantes, pues este es un problema común en los datos meteorológicos en toda la red existente en Bolivia. En la presente sección se plantea la solución al mencionado problema el cual es un objetivo secundario en el presente trabajo como una aplicación de los modelos generados para el pronóstico y otros generados expresamente para la simulación de series diarias de más de 700 datos.

Para los propósitos presentes, la simulación de cada uno de los factores climatológicos significa el acto de representar un sistema por medio de un conjunto de modelos estocásticos que se pueden manejar fácilmente y que producen resultados numéricos. Cabe mencionar que los resultados son alentadores pues en las simulaciones se puede observar que tienen las mismas características que los datos reales.

En las Fig. 7 y 8 se muestran los datos simulados para cada uno de los factores climáticos. En las gráficas se puede observar la serie original en la región inferior y la serie simulada en la superior, cabe aclarar que la serie simulada se lleva a la parte superior para que visualmente se pueda apreciar y comparar con la serie real. Se aclara que si graficamos la serie simulada sin ningún cambio se superpondrá a la serie original y no se podría apreciar la similitud de ambas series.

Con base en lo anterior se concluye que los modelos matemáticos diagnosticados para cada variable climática simulan la serie real en forma adecuada, pues como se dijo anteriormente reproduce las mismas características físicas, matemáticas y estadísticas.

Figura 7- Simulación y Comparación con la Series Temporales Reales
Datos Mensuales de 10 años

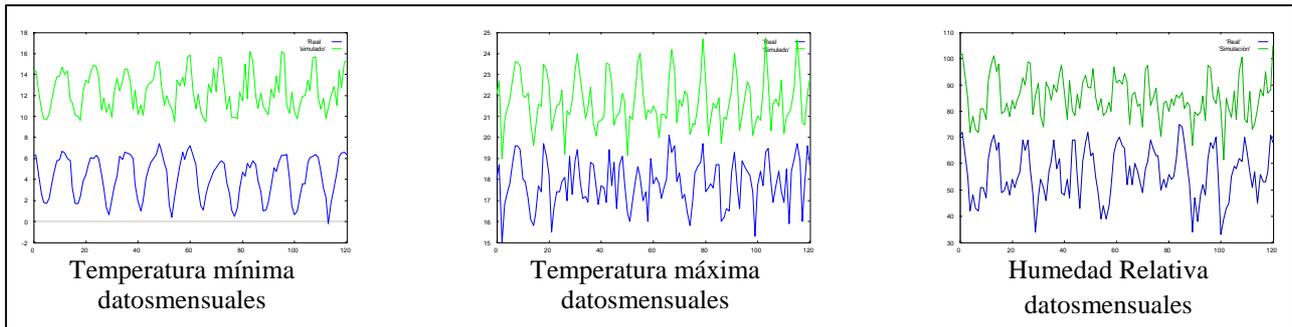
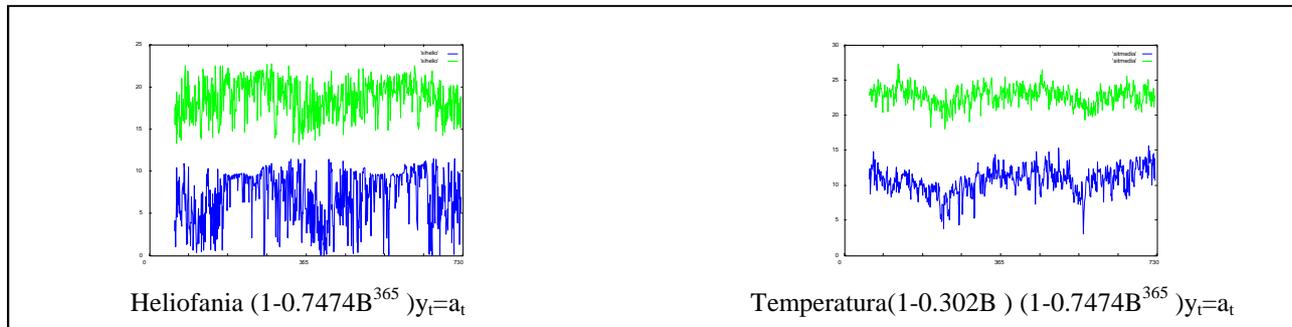


Figura 8- Simulación y Comparación con las Series Temporales Reales
Datos diarios pertenecientes a dos años



2.4 Pronóstico

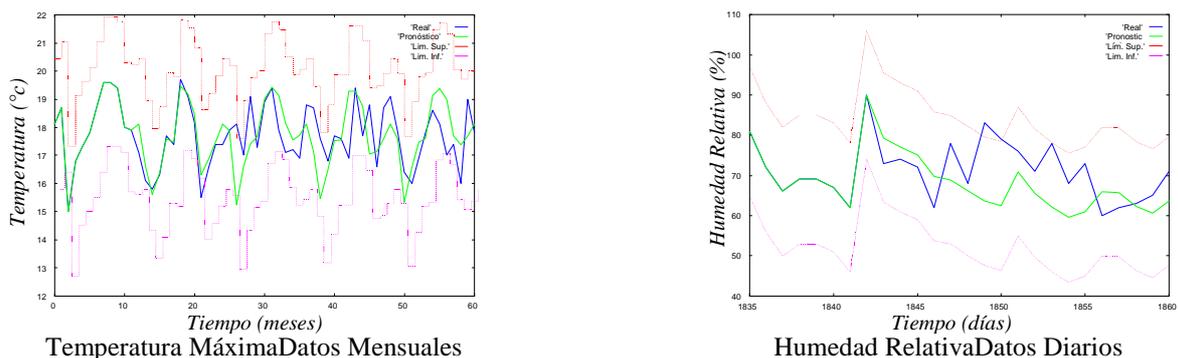
No hay ninguna razón para que se crea que entre todas las ciencias ha de ser la ciencia social la única capaz de realizar el viejo sueño de poder revelar lo que el futuro nos depara. Esta creencia en la adivinación científica no se basa solamente en el determinismo; su otro fundamento reside en la confusión entre el concepto de predicción científica, tal como se lo conoce en el campo de la física o la astronomía y las profecías históricas en gran escala que nos anticipan en grandes líneas las tendencias principales del futuro desarrollo de la sociedad y su medio ambiente

El pronóstico científico en líneas generales es el arte y la ciencia de predecir los eventos futuros, que se basa en el manejo de datos históricos para proyectarlos al futuro, mediante un modelo matemático. El pronóstico de valores futuros de una serie temporal dado el conocimiento de las observaciones pasadas y presentes es el tema en distintas áreas de la ciencia.

Los modelos matemáticos, que se requieren emplear, contienen ciertas constantes o parámetros los cuales deben estimarse de los datos reales, esto es muy importante en la práctica o realidad, donde se requiere emplear el mínimo número de parámetros y buscar la mínima complejidad del modelo matemático, para lograr una representación adecuada del sistema en estudio, este es el papel central que juega el principio llamado parsimonia.

A continuación se muestran las figuras que expresan los datos reales con los datos pronosticados mediante los modelos diagnosticados.

Figura 9- Pronóstico de las Series de Tiempo Climáticas



3. CONCLUSIONES

En función de la investigación realizada, los resultados obtenidos y basados siempre en la teoría de Box y Jenkins, se dan las siguientes conclusiones:

El pronóstico de las series temporales mensuales de los factores climatológicos a saber; temperatura media, mínima y máxima, humedad relativa, nubosidad y precipitación pluvial es mucho más preciso, por cuanto muestran un patrón de comportamiento que es el estacional con diferentes características cada uno de ellos.

Los modelos ARIMA(p,d,q) x SARIMA (P,D,Q), se adecuan bastante bien a los comportamientos estacionales y estacionarios; pues modelan de mejor manera estos comportamientos, dando mejores resultados que los modelos autorregresivos puros o de medias móviles puros. Por tanto; los modelos ARIMA(p,d,q) x SARIMA (P,D,Q), fueron elegidos metodológicamente en base al principio de parsimonia y el test de Portmanteau.

La simulación de una nueva serie con las mismas características físicas, matemáticas y estadísticas que la serie real posee, puede ser bien generada por un modelo ARIMA(p,d,q) x SARIMA (P,D,Q), dicha simulación puede ser utilizada para completar cadenas de datos perdidos que en nuestro medio es muy frecuente.

En conclusión se puede pronosticar con bastante precisión las series climáticas con datos mensuales; pues estos tienen un patrón estacional bien definido, con un componente aleatorio que no es predecible; en tanto, que en series temporales con datos diarios el pronóstico solo puede llegar a lo sumo a un dato con muy poca aproximación en la mayoría de los casos.

REFERENCIAS

- Andrade, M., 1998. El Dióxido de Carbono y su Influencia Pasada y Futura, IIF – UMSA.
- Andrade, M., Forno R., 1998. Variaciones Longitudinales y Altitudinales de la Columna de Ozono en Torno de los Andes Centrales, Laboratorio de ozono, RUV, Instituto de Investigaciones Físicas – UMSA, 1998.
- Arteaga, C., Martinic, N., 2005. Caos y Meteorología IIF – UMSA, La Paz, FCP. UATF. Potosí.
- Blacutt L., 2002. Simulación de Climas en Invernaderos, Universidad Mayor de San Andres.
- Arteaga A., Martinic N., 1997. Hidro-Climatología de la cuenca del Lago Titicaca IIF – UMSA.
- Box, J., Jenkins G.M., 1969. Time Series Analysis, Forecasting and Control, McGraw-Hill, New York.
- Chatfield C., 1995. The Analysis of Time Series an Introduction.
- Condori M., 2007. Variaciones Regulares del Campo Magnético en el Altiplano, Universidad Mayor de San Andres.
- Fishman G., 1973. Conceptos y Métodos de Simulación Digital de Eventos Discretos.
- Fontseré F., 2000. Elementos de Meteorología.
- Grasa A., 1978. Planificación y Modelos Económicos.
- Greene W., 1999. Análisis Económico.
- Gujarati D., 1995, Econometría.
- Jenson V., 1969, Métodos Matemáticos en Ingeniería.
- Martinic N., 1993. Análisis Armónico.
- Martinic, E., 1999. Análisis Numérico en Entorno UNIX, Editores MONGO.
- Nicholls N., Gregory N., 1997. El Clima que viene, Investigación y ciencia.
- Ramos H., 1973. La Atmósfera Boliviana.
- Spiegel M., 1982. Análisis de Fourier, Mc. Graw Hill, 1982.
- Subieta F., 1994. Caracterización y Variabilidad Climática del Altiplano. Escuela Militar de Ingeniería, 1994.

MODELING, SIMULATION AND FORECASTING OF ENVIRONMENTAL VARIABLES IN THE BOLIVIAN ALTIPLANO REGION

Abstract. *In the present research the work consists of the analysis, modeling, simulation and prediction of actual data in the Altiplano region of Bolivia where he highlights the most important climatic factors given by the World Meteorological Organization. For the present study we selected the following climatic variables: solar radiation, mean temperature, heliophany, relative humidity, rainfall, clouds, high temperature, and low temperature. The first four mentioned variables are taken at an interval of 6 years, from 2002 to 2008, was collected every day, making a total of 2190 measurements for each factor and the other at an interval of 50 years, from 1958 to 2008, was collected month to month. The reason for said sampling interval is that some events such as rainfall, for example, may or may not occur for long periods of time. The main contribution is made is the formal description of the patterns involved in the time series by harmonic spectral analysis and modeling which is complemented by the application of modeling arima (p, d, q) Sarima (P, D, Q) for forecast short-term. The artificial series is created through by simulation. Finally it is concluded that modeling can be used for the correct location and application of technologies for generating clean energy.*

Key words: Modeling, Simulation, Forecast, Climate Variables.