

ANÁLISE GEOMÉTRICA E DIFERENCIAL DE CARACTERÍSTICAS EÓLICAS EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

Luís Roberto Almeida Gabriel Filho – gabrielfilho@tupa.unesp.br

UNESP - Univ Estadual Paulista, Campus Experimental de Tupã

Camila Pires Cremasco – camila@fatec.edu.br

FATEC - Faculdade de Tecnologia, Campus de Presidente Prudente

Fernando de Lima Caneppele – caneppele@usp.br

USP - Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Biosistemas

Odivaldo José Seraphim – seraphim@fca.unesp.br

UNESP - Univ Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Rural

Resumo. O estudo do comportamento do vento em uma determinada região é em geral realizado por distribuições estatísticas do tipo densidade de probabilidade, isto é, a probabilidade da velocidade do vento ser igual a um determinado valor. Tais distribuições devem ser determinadas relacionando o número de ocorrências de cada velocidade média horária com o total de horas do período em análise, de forma a obter a descrição estatística do regime de ventos no local, que pode ser realizada por expressões analíticas como a distribuição de Weibull. A grande contribuição desta distribuição para a análise do comportamento eólico é sua caracterização por dois parâmetros, o fator de forma (c) e o fator de escala (k), que possibilitam determinar a velocidade média anual, a variância da velocidade e a densidade de potência média do vento. O objetivo deste trabalho é analisar estas características eólicas em função dos parâmetros de Weibull, gerando superfícies e verificando as influências causadas pela variação de tais parâmetros com auxílio de derivadas parciais, estudando a variação do incremento nos fatores de forma e escala. Para isto, foram necessárias definições da velocidade média anual, a variância e a densidade de potência média do vento a fim que fossem relacionadas com os fatores de forma e escala. A análise geométrica e diferencial realizada permitiu concluir que quanto maiores são os valores do fator de forma, menor seriam as variações de vento do local estudado. Por outro lado, verificou-se que o fator de escala está associado à velocidade média anual e à densidade de potência, sendo que sua maior amplitude resulta o aumento nestas grandezas. Desta maneira, este dimensionamento da quantificação histórica do vento faz-se necessária antes da instalação de turbinas ou parques eólicos, sendo que o estudo destes parâmetros é de grande relevância na escolha de locais para tais empreendimentos.

Palavras-chave: derivadas parciais, fator de forma, fator de escala.

1. INTRODUÇÃO

A energia dos ventos é uma abundante fonte de energia renovável, limpa e disponível em quase todos os lugares. No Brasil, segundo Gabriel Filho et al. (2008), embora o aproveitamento dos recursos eólicos tenha sido feito tradicionalmente com a utilização de cata-ventos multipás para bombeamento de água, algumas medidas precisas de vento, realizadas recentemente em diversos pontos do território nacional, indicam a existência de um imenso potencial eólico ainda não explorado.

O estudo do comportamento do vento em uma determinada região é em geral realizado por distribuições estatísticas do tipo densidade de probabilidade, isto é, a probabilidade da velocidade do vento ser igual a um determinado valor (GABRIEL FILHO et al., 2011).

Tais distribuições devem ser determinadas relacionando o número de ocorrências de cada velocidade média horária com o total de horas do período em análise, de forma a obter a descrição estatística do regime de ventos no local.

Segundo Castro (2004), registros da densidade de probabilidade ganham importância se puderem ser descritos por expressões analíticas, mas a normalmente considerada como mais adequada é a distribuição de Weibull.

A grande contribuição desta distribuição para a análise do comportamento eólico é sua caracterização por dois parâmetros, o de forma (c) e o de escala (k), que possibilitam determinar a velocidade média anual do vento, a variância da velocidade do vento e a densidade de potência média do vento, que neste trabalho denominamos características eólicas.

Assim, é de extrema importância o estudo das influências destes parâmetros em tais características. Frente à modelagem analítica possibilitada pela distribuição de Weibull, estruturas geométricas como superfícies podem ser estudadas quanto à sua variação no incremento dos fatores de forma e escala.

O objetivo deste trabalho é analisar estas características eólicas em função dos parâmetros de Weibull, gerando superfícies e verificando as influências causadas pela variação de tais parâmetros com auxílio de derivadas parciais.

Uma vez que tais parâmetros já estão determinados para diversas localidades no Brasil, tal estudo pode fornecer subsídios para maiores discussões quando na análise do Atlas Eólico Brasileiro.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do presente trabalho, foram necessárias definições envolvendo os conceitos analíticos para a modelagem da do comportamento eólico. Assim sendo, a expressão matemática da função densidade de probabilidade de *Weibull* é dada por:

$$f(u) = \frac{k}{c} \left(\frac{u}{c}\right)^{k-1} \exp\left\{-\left[\left(\frac{u}{c}\right)^k\right]\right\} \quad (1)$$

quando $u \geq 0$, e $f(u) = 0$ quando $u < 0$, em que u é a velocidade média do vento, c é denominado fator de escala, com as dimensões de velocidade, e k é o fator de forma, sem dimensões.

Outra função importante para o estabelecimento da caracterização do vento é a função *Gama*, dada por:

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} \exp(-t)t^{x-1} dt \quad (2)$$

É possível relacionar a velocidade média anual do vento, a variância e a densidade de potência média com esta função. Segundo Castro (2004), a velocidade média anual do vento u_{ma} , a variância σ^2 e a densidade de potência média do vento P_{med} são calculadas através das relações:

$$u_{ma} = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (3)$$

$$\sigma^2 = c^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^2 \right] \quad (4)$$

$$P_{med} = \frac{1}{2} \rho c^3 \Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right) \quad (5)$$

em que ρ é a massa específica do ar (kg/m^3) (Gabriel Filho, 2007).

As Eqs. (3), (4) e (5) definem funções de duas variáveis em c e em k . Para o estudo das características eólicas em função destas variáveis, fez-se necessário a aplicações dos conceitos de derivadas parciais.

Em geral, para uma função $F(c, k): \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, as derivadas parciais $\frac{\partial F}{\partial c}$ e $\frac{\partial F}{\partial k}$ representam as variações de F ao longo de retas paralelas aos eixos c e k , respectivamente. Para o presente trabalho, considerou-se $F = \{u_{ma}, \sigma^2, P_{med}\}$.

Para a elaboração das superfícies e cálculos analíticos, foi utilizado o *software Mathematica 5.2, Wolfram Research, Inc*, conforme Cremasco et al. (2009).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o estudo das características eólicas frente aos fatores de escala (c) e de forma (k), consideram-se como funções de duas variáveis em c e k a velocidade média anual do vento u_{ma} , a variância σ^2 e a densidade de potência média do vento P_{med} dadas pelas Eqs. (3), (4) e (5), cujas superfícies são representadas na Fig. 1.

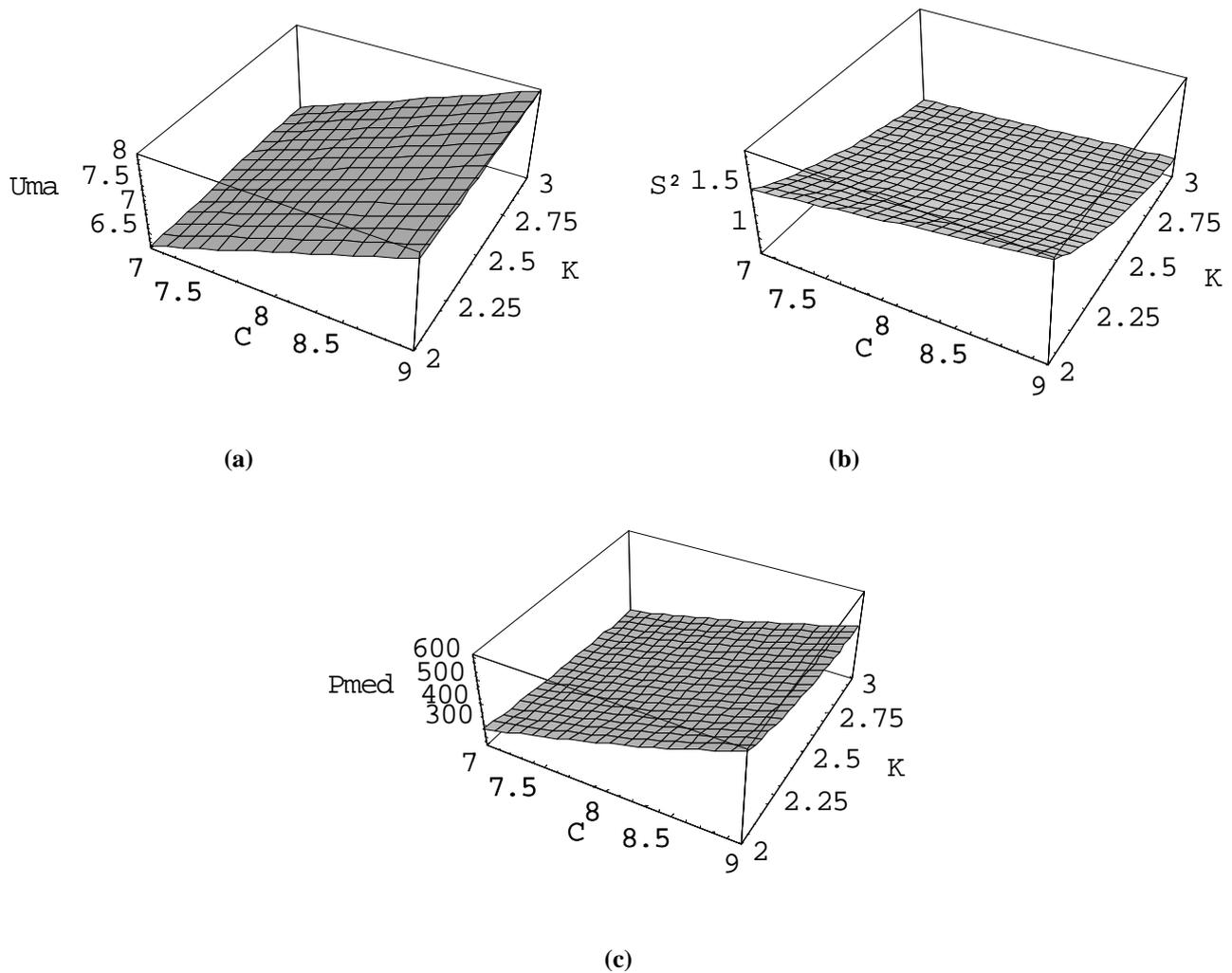


Figura 1- Superfícies das funções velocidade média anual do vento, variância e densidade de potência média do vento.

Para efeito de simulações, considerou-se o domínio dos pontos (c, k) dado por: $[7,9] \times [2,3]$. Fixando-se os valores de k e c nestes domínios, temos funções $F(c, \bar{k})$ e $F(\bar{c}, k)$ em k e c , respectivamente, para $\bar{k} \in \{2, 2.7, 3\}$ e $\bar{c} \in \{7, 8, 9\}$ (Figs. 2 e 3).

Os gráficos elaborados permitem tecer interpretações quanto às influências dos parâmetros de forma c e escala k nas funções eólicas. Porém, tais discussões devem ser estabelecidas mediante um estudo das variações das funções $F(c, \bar{k})$ e $F(\bar{c}, k)$. Para isto, faz-se necessária a determinação das derivadas parciais de F . Assim, as derivadas parciais em relação à variável c das características eólicas são dadas por:

$$\frac{\partial u_{ma}}{\partial c} = \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \left(\frac{1}{c}\right) u_{ma}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial c} = 2c \cdot \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^2 \right] = \left(\frac{2}{c}\right) \sigma^2 \quad \text{e} \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_{med}}{\partial c} = \frac{3}{2} \rho \cdot c^2 \Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right) = \left(\frac{3}{c}\right) P_{med}, \quad (8)$$

o que revela que a variação de tais comportamentos depende diretamente de sua intensidade e, inversamente, com o fator de forma c .

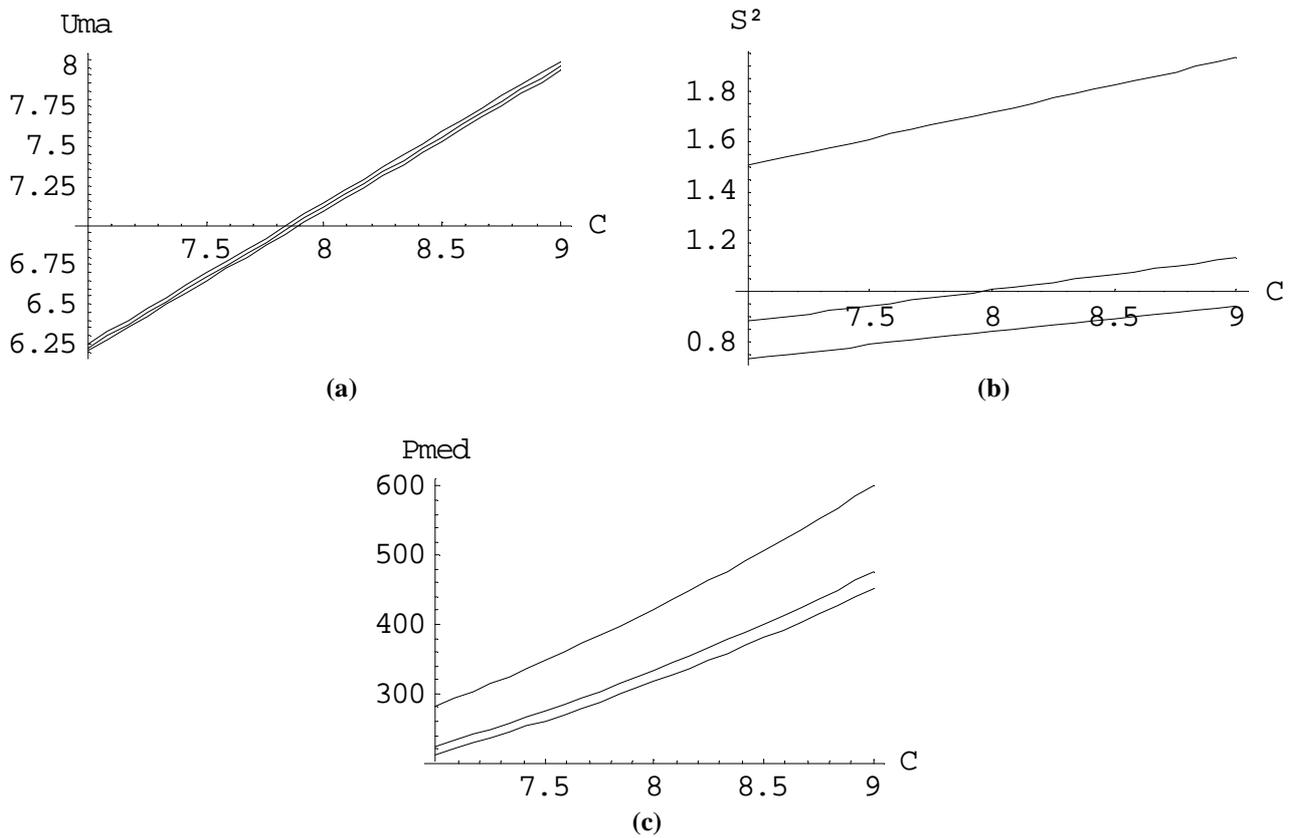


Figura 2. Curvas de funções com variação do fator de escala c da velocidade média anual do vento, variância e densidade de potência média do vento para valores fixos de k nos níveis 2, 2,7 e 3.

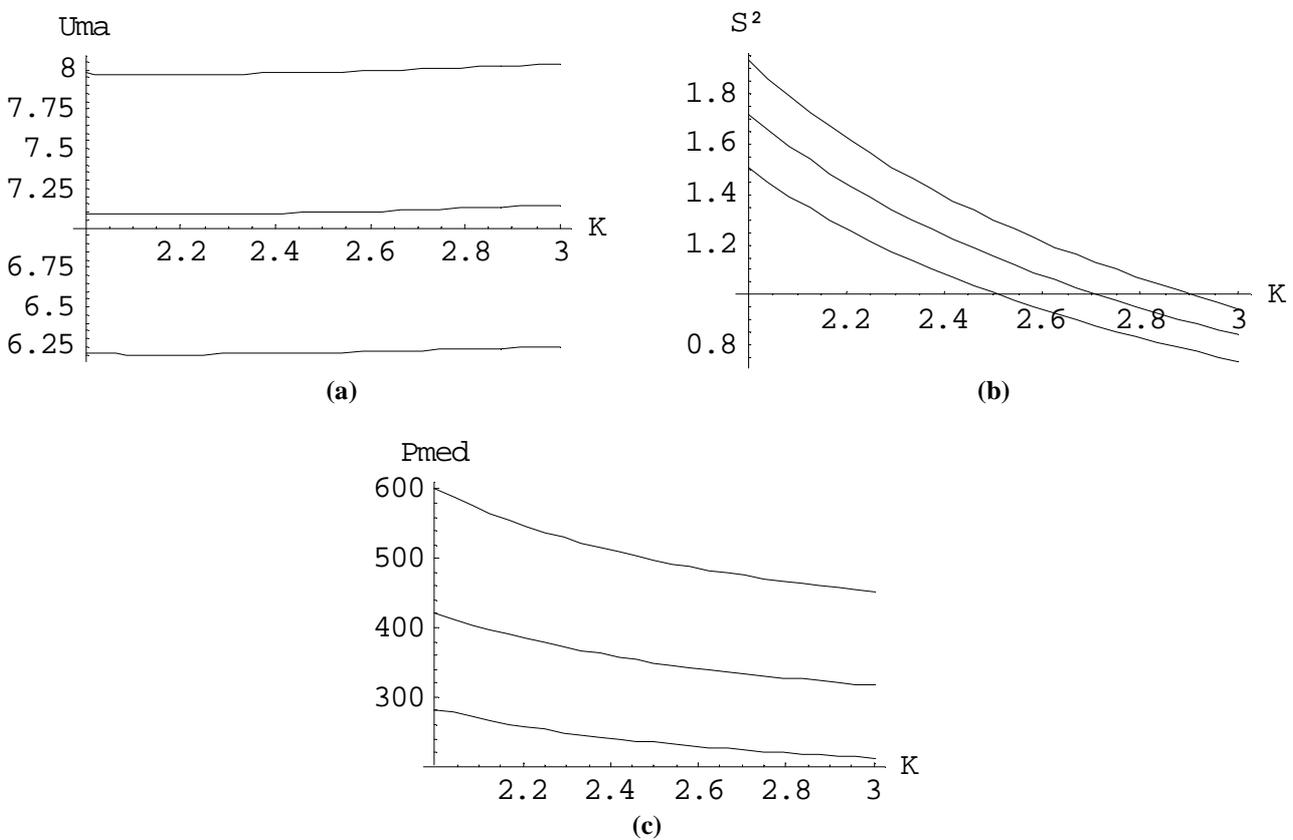


Figura 3. Curvas de funções com variação do fator de forma k da velocidade média anual do vento, variância e densidade de potência média do vento para valores fixos de c nos níveis 7, 8 e 9.

Definindo $\Gamma'(x) = \frac{d}{dx} \int_0^{+\infty} \exp(-t)t^{x-1} dt$, pode-se mostrar que as derivadas parciais em relação à k são:

$$\frac{\partial u_{ma}}{\partial k} = -\frac{c}{k^2} \cdot \Gamma' \left(1 + \frac{1}{k} \right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial k} = \frac{2c^2}{k^2} \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right) \Gamma' \left(1 + \frac{1}{k} \right) - \Gamma' \left(1 + \frac{2}{k} \right) \right] e \quad (10)$$

$$\frac{\partial P_{med}}{\partial k} = -\frac{3 \cdot \rho \cdot c^3}{2 \cdot k^2} \Gamma' \left(1 + \frac{3}{k} \right). \quad (11)$$

As taxas de variações estabelecidas pelas derivadas parciais em (6), (7) e (8) para a variável fator de escala c , tais como as estabelecidas em (9), (10) e (11) para a variável fator de escala k são representadas graficamente pelas Figs. 4 e 5, respectivamente.

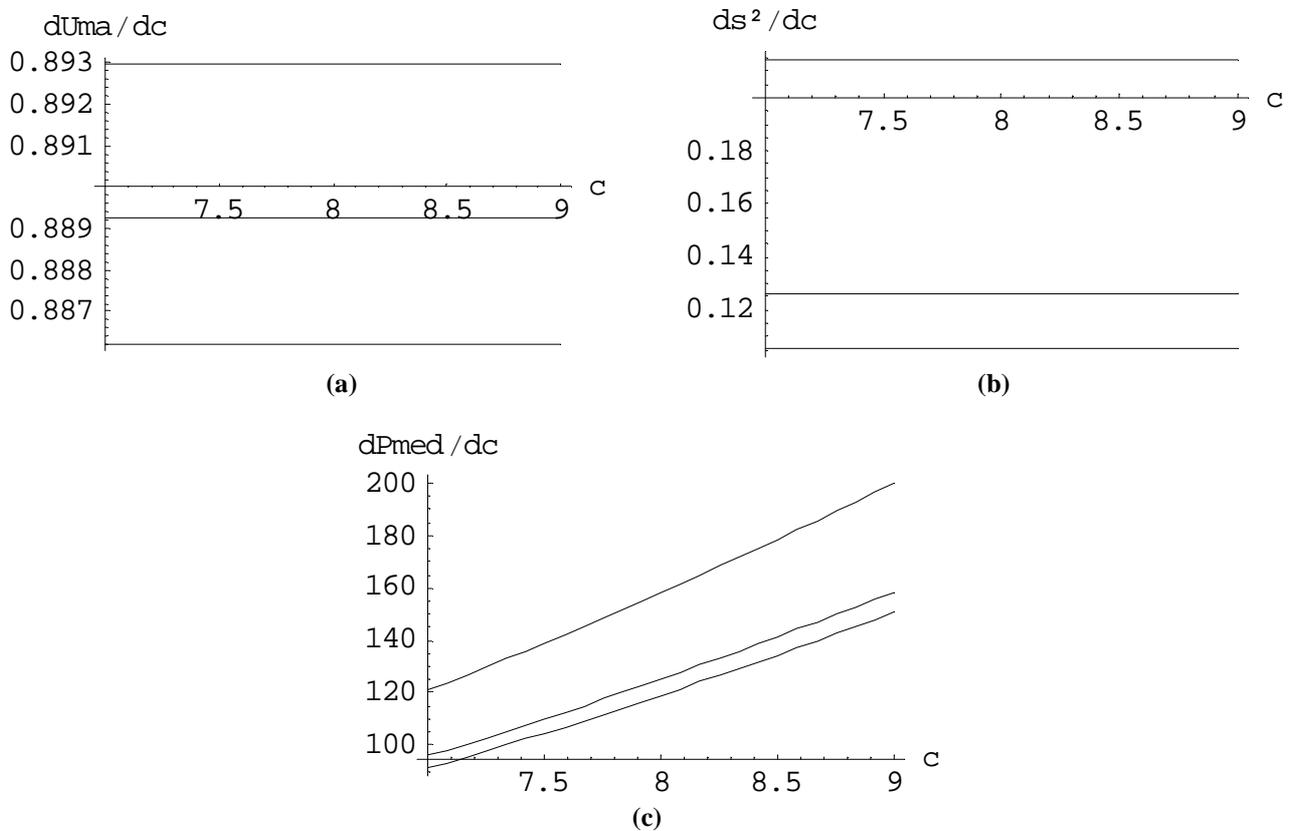


Figura 4. Gráficos das derivadas parciais em relação ao fator de escala c da velocidade média anual do vento, variância e densidade de potência média do vento para valores fixos de k nos níveis 2, 2,7 e 3.

Os resultados obtidos permitem afirmar que os comportamentos da variância (variabilidade) e densidade de potência média do vento em relação ao fator de forma k são semelhantes, além de tal variável ter grande influência nas superfícies destes comportamentos (Figs. 1b e 1c). Devido a este motivo, é comum a utilização deste parâmetro como uma medida da dispersão da velocidade do vento no local.

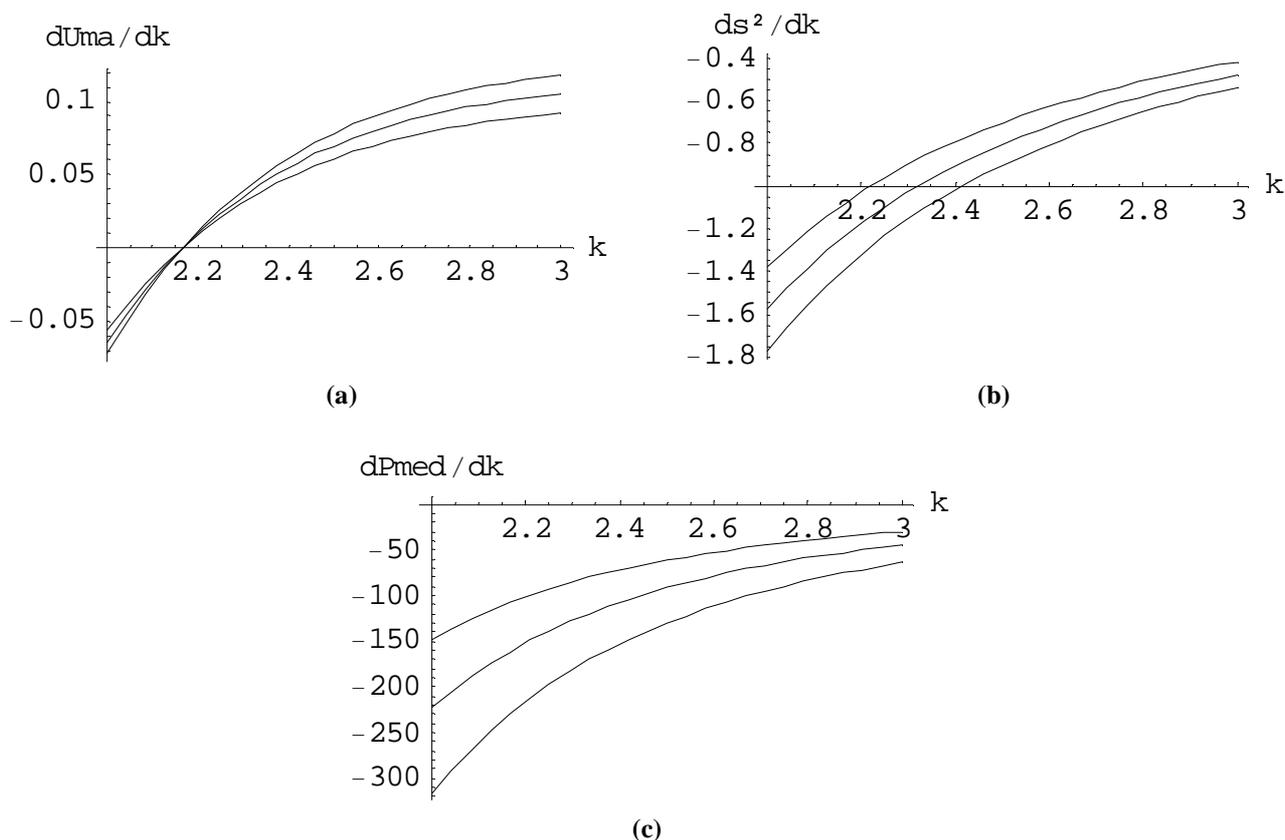


Figura 5. Gráficos das derivadas parciais em relação ao fator de forma k da velocidade média anual do vento, variância e densidade de potência média do vento para valores fixos de c nos níveis 7, 8 e 9.

Conforme as Figs. 3b e 3c, quanto maior o valor de k , diminuições acentuadas na variância podem ser observadas, e em menor intensidade na densidade de potência média. Tal comportamento pode ser provado pelas Figs. 5b e 5c, indicando taxas de variações negativas (decréscimo) de tais características eólicas que, por sua vez, diminuem também com o aumento de k . Vale ressaltar que a velocidade média anual não sofre esta influência da variável (Fig. 3a), com taxas de variação próximas a zero (Fig. 5a).

Por outro lado, o fator de escala c influencia essencialmente a velocidade (Fig. 1a), que apresenta um comportamento diretamente proporcional (Fig. 2a) e taxas de variação positivas (Fig. 4a). Este fenômeno é devido analiticamente principalmente ao fato de que a derivada parcial da velocidade ser dada em função de um múltiplo da própria velocidade (Equação 6). Também vale ressaltar que usualmente, este parâmetro c é tomado habitualmente como uma medida do “vento” disponível no local.

O comportamento semelhante da variância e densidade de potência média do vento também se estende em relação ao fator de escala c , mas tais grandezas agora aumentam com c (Figs. 2b e 2c). Para a variância, esta dependência é constante (Fig. 4b), mas para a densidade de potência, as taxas de variação aumentam linearmente (Fig. 4c). A Tabela 1 indica os comportamentos analisados de acordo com os fatores c e k .

Tabela 1. Relação das características eólicas com os parâmetros da distribuição de Weibull.

| Características eólicas | Parâmetros da distribuição de Weibull | |
|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| | Escala (c) | Forma (k) |
| u_{ma} | dependente | constante |
| σ^2 | levemente dependente | inversamente dependente |
| P_{med} | fortemente dependente | inversamente dependente |

Por fim, é de suma importância destacar os resultados obtidos conjuntos obtidos para a densidade de potência média, que cresce juntamente com o fator c , o que agora se pode afirmar como um fato esperado visto a dependência de c com a velocidade, e decresce a medida que k aumenta, o que revela a influência da dispersão da velocidade em tal medida.

4. CONCLUSÕES

A análise geométrica e diferencial das características eólicas obtidas pela distribuição de *Weibull* permite concluir que quanto maiores são os valores do fator de forma k , menor seriam as variações de vento do local estudado, uma vez que sua dependência com o desvio padrão (que representa a variabilidade) é alta. E mais, isto não afetaria de forma significativa a velocidade média. Por outro lado, verificou-se que o fator de escala está associado à velocidade média anual e à densidade de potência, sendo que sua maior amplitude resulta o aumento nestas grandezas. Desta maneira, este dimensionamento da quantificação histórica do vento faz-se necessária antes da instalação de turbinas ou parques eólicos, sendo que o estudo destes parâmetros é de grande relevância na escolha de locais para tais empreendimentos.

Agradecimentos

Os autores agradecem o Programa de Pós-Graduação em Agronomia/Energia na Agricultura pela disponibilização dos equipamentos e infra-estrutura essenciais à realização do presente trabalho.

REFERÊNCIAS

- Castro, R. M. G., Introdução à energia eólica, Universidade Técnica de Lisboa: Série Energias Renováveis e Produção Descentralizada, Lisboa, (2004) p. 82.
- Cremasco, C. P., Gabriel Filho, L. R. A., Gabriel, L. R. A. Métodos Computacionais Aplicados à Energia na Agricultura, 1. ed. Adamantina: Editora Espaço Cultural do Brasil, 2009. v. 1. 130 p.
- Gabriel Filho, L. R. A. Análise e modelagem geométrica da potência gerada por um sistema híbrido solar fotovoltaico eólico, Tese (Doutorado em Agronomia) - Universidade Estadual Paulista: Faculdade de Ciências Agrárias, Botucatu, (2007) p. 136.
- Gabriel Filho, L. R. A., Seraphim, O. J., Cremasco, C. P., Caneppele, F. de L. Metodologia da determinação dos parâmetros característicos de sistemas eólicos de geração de energia, Revista Tecnologia (Canoas), v. 9, p. 15-27, 2008.
- Gabriel Filho, L.R.A.; Cremasco, C.P.; Seraphim, O.J.; Caneppele, F.L. Caracterização analítica e geométrica da metodologia geral de determinação de distribuições de Weibull para o regime eólico e suas aplicações. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v. 31, n. 1, 2011.

GEOMETRIC AND DIFFERENTIAL ANALYSIS OF WIND CHARACTERISTICS IN RELATION TO THE PARAMETERS OF WEIBULL DISTRIBUTION

Abstract. *The behavior of the wind in a given region is usually accomplished by statistical distributions of the type of probability density, i.e., the probability of wind speed is equal to a certain value. These distributions should be determined by relating the number of occurrences of each hourly average speed with the total hours of the period under review, in order to obtain the statistical description of wind regime in place, which can be performed by analytical expressions such as distribution of Weibull. The great contribution of this distribution for the analysis of wind behavior is characterized by its two parameters, the form factor (c) and the scale factor (k), allowing to determine the annual average speed, the variance of speed and the density of average power of the wind. The aim of this study is to analyze these wind characteristics in terms of Weibull parameters, generating surfaces and noting the influences caused by the variation of these parameters with the aid of partial derivatives, studying the variation of the increase in form and scale factors. For this, necessary definitions of annual average speed, the variance of speed and the density of average power of the wind to be related to the form and scale factors. The geometric and differential analysis performed showed that the higher are the values of form factor, the smaller are the variations of wind of the studied area. Moreover, it was found that the scale parameter is related to the annual average speed and power density, having its greatest extent the apparent increase in these quantities. Thus, this historical dimension of the measurement of wind it is necessary before installing turbines or wind farms, and the study of these parameters is very important in choosing locations for such ventures.*

Key words: partial derivatives, form factor, scale factor.