GEOMETRIA SOL-TERRA: REVISÃO DIDÁTICA COM ÊNFASE NO HEMISFÉRIO SUL E DIRECIONADA PELA ABNT NBR 10899:2013

Carlos Augusto Guimarães Medeiros (PUC Goiás) - mgacarlos@yahoo.com.br

André Mendes Martins (IFG) - mendesmartins@gmail.com

Resumo:

Este artigo apresenta uma descrição didática a respeito da geometria Sol-Terra, e orientada pela terminologia da ABNT NBR 10899:2013. É enfatizado o ponto de vista do hemisfério Sul. Equações tradicionalmente fornecidas pela literatura pertinente são discutidas e ajustadas (quando necessário), de acordo com as convenções desta norma. Exemplos e resultados são mostrados com o emprego do programa MATLAB.

Palavras-chave: *Energia Solar, Geometria Sol-Terra, Hemisfério Sul.*

Área temática: *Radiação Solar*

Subárea temática: *Recursos Solares e Meteorologia da Radiação Solar*

GEOMETRIA SOL-TERRA: REVISÃO DIDÁTICA COM ÊNFASE NO HEMISFÉRIO SUL E DIRECIONADA PELA ABNT NBR 10899:2013

Carlos Augusto Guimarães Medeiros – mgacarlos@yahoo.com.br
Pontifícia Universidade Católica de Goiás (PUC Goiás), Escola de Engenharia (EENG)
André Mendes Martins – mendesmartins@gmail.com
Faculdade Araguaia

Resumo. *Este artigo apresenta uma descrição didática a respeito da geometria Sol-Terra, e orientada pela terminologia da ABNT NBR 10899:2013. É enfatizado o ponto de vista do hemisfério Sul. Equações tradicionalmente fornecidas pela literatura pertinente são discutidas e ajustadas (quando necessário), de acordo com as convenções desta norma. Exemplos e resultados são mostrados com o emprego do programa MATLAB.*

Palavras-chave: *Energia Solar, Geometria Sol-Terra, Hemisfério Sul.*

1. INTRODUÇÃO

Em decorrência das graves questões ambientais que assolam o planeta Terra, as fontes renováveis de energia e com modos de conversão mais sustentáveis, dentre elas a solar direta (fotovoltaica, térmica, termossolar ou solar concentrada), têm cada vez mais ganhado destaque como opção para a diversificação da matriz energética mundial.

Em particular, a conversão fotovoltaica (FV) tem despontado de maneira apreciável e, além de trazer benefícios energéticos, vem movimentado diversos componentes da cadeia produtiva e de serviços, com a geração de empregos, renda e condições de trabalho dignas para a população. Dados divulgados recentemente pela Associação Brasileira de Energia Solar Fotovoltaica informam que o Brasil instalou mais de 3,48 GW sendo aproximadamente 2,27 GW de geração centralizada e 1,21 GW distribuída (Absolar, 2019).

Paralelamente a isso, tem aumentado o número de livros, apostilas, pesquisas e suas publicações correlatas, estudos e cursos sobre o assunto, tanto no âmbito acadêmico (universidades, faculdades, institutos e similares), como por empresas que se dedicam à formação profissional e/ou do ramo de vendas e serviços.

Um dos assuntos tradicionalmente abordados nos estudos da Engenharia Solar é a geometria Sol-Terra, que determina a posição e trajetória aparente do Sol no céu. Esse tema é de fundamental importância para a compreensão dos sistemas de aproveitamento solar, pois permite: estimar a radiação solar incidente em determinado local e momento; realizar estudos de sombreamento; efetuar a transposição da radiação solar do plano horizontal para um plano inclinado; simulações computacionais que determinam a energia produzida por um sistema; observar a influência da sazonalidade, da inclinação e orientação de superfícies coletoras na captação da energia solar, entre outros fins.

No entanto, observando diversos materiais, sobretudo livros internacionais e brasileiros (que inclusive são referências bibliográficas de outros textos científicos nacionais), nota-se a predominância da abordagem do ponto de vista do hemisfério Norte. E, quando atinente ao hemisfério Sul, em parte está demasiadamente simplificada e/ou consiste de traduções e adaptações resumidas de textos de autores com vivência no hemisfério Norte.

Exceção se faz no livro Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos (2ª edição de 2014) que, comparado aos demais nacionais, é mais abrangente e apresenta figuras, convenções e equações compatíveis ao ponto de vista do hemisfério Sul. Porém, sente-se a falta de mais explicações conceituais, exemplos numéricos, mais figuras ilustrativas, representação do ângulo horário e do ângulo de declinação como na NBR 10899:2013 (ver seção 2 a seguir), falta de equacionamento para o ângulo azimutal do Sol, entre outros pontos.

Na área de energia solar destaca-se livros em inglês que explanam a teoria da geometria Sol-Terra e apresentam as principais equações: Sayigh (1977), Iqbal (1983), Markvart e Castñer (2003), Muneer (2004), Şen (2008), Kalogirou (2009), Luque e Hegedus (2011), Duffie e Beckman (2013), Ashrae (2015), Goswami (2015), Smets et al. (2016), Messenger e Abtahi (2017); e, como livros estrangeiros em português ou tradução para língua portuguesa: Palz (1981), Cometta (1982), Perrier (1982), Morais (2009), Pereira e Oliveira (2011), Kalogirou (2016), Balfour et al. (2016).

Em termos de livros nacionais que abordam o assunto salienta-se: Fraidenraich e Lyra (1995), GTES (2004), Villalva e Gazoli (2012), o destacado Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos CEPEL - CRESESB (2014), Barros, et al. (2016), Frontin, et al. (2017); Moreira, et al. (2017), porém, não explanam de forma tão aprofundada como algumas das referências internacionais supracitadas. Ademais, outros nacionais não abordam o assunto em apreciação ou, se o fazem, é de maneira superficial, ressaltando-se: MIC - STI (1978), Rüther (2004), Maciel et al. (2008), Zilles et al. (2012), Tiba e Fraidenraich (2000), Pereira et al. (2017); sendo estes dois últimos atlas solares.

Somado a isso, a NBR 10899:2013 que normaliza a terminologia para energia fotovoltaica (ABNT, 2013), apresenta nomenclatura e símbolos muitas vezes diferentes e definições extras, que não constam nas referências nacionais e internacionais; não consta equacionamento nesta norma.

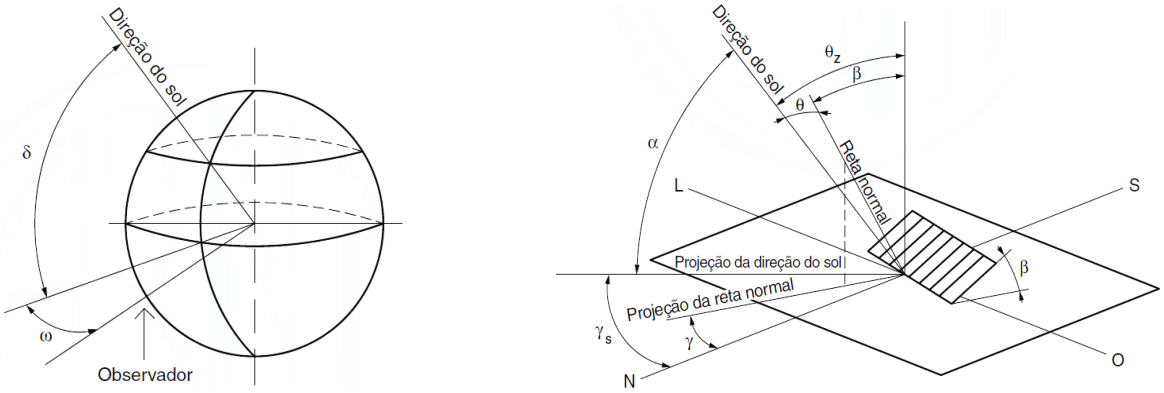
Como um exemplo, o conhecido programa para dimensionamento de sistemas fotovoltaicos, PVsyst, convenciona o *ângulo azimutal de superfície* no hemisfério Sul com sinal negativo em sentido para Leste, (PVsyst, 2018); todavia, a norma da ABNT supracitada convenciona como positivo (ver seção 2 a seguir).

Assim sendo, constata-se uma considerável disparidade de símbolos, convenções, figuras, equações e explicações que não são devidamente didáticas, completas e reunidas em um só texto quando referidas ao hemisfério Sul. Existem equações diferentes para o cálculo de uma mesma incógnita: então qual seria a mais apropriada? Diante disso, um estudante que está iniciando seus estudos em Engenharia Solar, pode se deparar com certa dificuldade para compreender e interpretar de forma eficiente as informações, bem como, organizar o conjunto de equações necessárias para cálculos e/ou simulações computacionais; sobretudo, se o mesmo tiver como interesse o ponto de vista do hemisfério Sul, que é o caso da maior parte de onde se encontra o território nacional.

Nesse contexto, este artigo apresenta uma revisão didática reunindo e relacionando terminologia, símbolos, equações, convenções e figuras (com ênfase para o hemisfério Sul), mas válidos também para o Norte, tendo como princípio a NBR 10899:2013. Os fundamentos para entendimento mais profundo da geometria Sol-Terra e suas equações são oriundos da Astronomia, trigonometrias plana e esférica. Contudo, vale lembrar que a abordagem usualmente empregada nos estudos de Engenharia Solar é mais simples do que a astronômica. Mesmo assim, é considerada suficientemente exata para a maioria das aplicações. É nessa perspectiva que segue as próximas seções.

2. A TERMINOLOGIA DA ABNT NBR 10899:2013

A fim de servir como base para as convenções e explicações subsequentes, apresenta-se a seguir as figuras, símbolos e a terminologia da ABNT NBR 10899:2013 concernentes à geometria Sol-Terra. As Figs. 1(a) e 1(b) apresentam os ângulos notáveis em energia solar desta norma, cuja superfície receptora da radiação solar é fixa e está faceada para o Norte geográfico ou verdadeiro (orientação preferível para superfícies localizadas no hemisfério Sul).



Legenda: α - elevação ou altura solar; β - inclinação de uma superfície; γ - ângulo azimutal de uma superfície; δ - declinação solar; θ_z - ângulo zenital; γ_s - ângulo azimutal do Sol; ω - ângulo horário solar; θ - ângulo de incidência

Figura 1 - Ângulos notáveis em energia solar. Fonte: ABNT (2013).

Termos e definições da norma:

Declinação solar (δ): ângulo de vértice no centro da Terra, formado pelas semirretas definidas pela direção do sol e pelo plano do Equador, com faixa de variação $-23{,}45° \leq \delta \leq +23{,}45°$ e, por convenção, positivo, quando estiver no hemisfério Norte.

Ângulo horário solar (ω): ângulo diedro com aresta no eixo de rotação da Terra, formado pelo semiplano que contém o sol e o semiplano que contém o meridiano local, com faixa de variação $-180° \leq \omega \leq +180°$ e, por convenção, positivo no período da tarde. (O ***horário solar*** não corresponde, necessariamente, ao horário civil).

Elevação ou altura solar (α): ângulo de vértice no observador, formado pelas semirretas definidas pela direção do sol e pela projeção da direção do sol no plano horizontal.

Inclinação de uma superfície (β): ângulo de menor declive entre a superfície e o plano horizontal, com faixa de variação $0° \leq \beta \leq +90°$.

Ângulo zenital (θ_z): ângulo de vértice no observador, formado pelas semirretas definidas pela direção do sol e a vertical.

Ângulo de incidência em uma superfície (θ): ângulo entre o raio solar incidente (direção do sol) e a reta normal à superfície.

Ângulo azimutal de uma superfície (γ): ângulo entre o Norte geográfico e a projeção da reta normal à superfície no plano horizontal, com faixa de variação $-180° \leq \gamma \leq +180°$ e, por convenção, positivo no sentido leste, com Norte igual a 0°.

Ângulo azimutal do sol (γ_s): ângulo entre o Norte geográfico e a projeção do raio solar (direção do sol) no plano horizontal, com faixa de variação $-180° \leq \gamma_s \leq +180°$ e, por convenção, positivo no sentido leste, com Norte igual a 0°.

Vale esclarecer brevemente alguns termos da Fig. 1(b) e acrescentar outras definições, como segue.

Observador e superfície: as definições anteriores mencionam as vezes um observador ou uma superfície receptora, significando, nesse contexto, um mesmo lugar (definido por coordenadas de latitude e longitude geográficas) em que se observa a incidência e/ou se capta a radiação solar.

Plano horizontal: plano tangente à superfície terrestre, paralelo ao horizonte, perpendicular à vertical do lugar onde está o observador. Usualmente retratado como uma reta (ou plano), tangenciando a circunferência (ou esfera) que representa aproximadamente a forma geoide da Terra, ver Fig. 3.

Direção do Sol: reta a partir da origem do sistema de coordenadas definido pelo local do observador (ou superfície receptora) no plano horizontal, até a posição do Sol.

Sobre a **altura solar**, considera-se que varia na faixa $-90° \leq \alpha \leq +90°$, ver seções 3.6 e 3.9 deste artigo.

Zênite: reta vertical a partir do plano horizontal, com origem no observador ou superfície, ver também seção 3.2.

Relação entre o *ângulo zenital* e a *altura solar*: são ângulos complementares, isto é, $\theta_z + \alpha = 90°$.

Latitude geográfica (ϕ): varia de -90° a +90°, negativa a Sul (S) do Equador terrestre e positiva a Norte (N).

Longitude geográfica (L): -180° a +180°, negativa a Oeste (O) do meridiano de Greenwich e positiva a Leste (L).

Início das estações do ano: para o hemisfério Sul da Terra: Equinócio de Outono em 20 ou 21 de março; Solstício de Inverno entre 21 e 23 de junho; Equinócio de Primavera em 22 ou 23 de setembro; Solstício de Verão entre 21 e 23 de dezembro. As estações do ano acontecem de forma inversa no hemisfério Norte: se é verão no hemisfério Sul então é inverno no hemisfério norte; se é primavera no Sul então é outono no Norte (Milone et al., 2010).

3. GEOMETRIA SOL-TERRA

3.1 Movimentos da Terra e declinação solar

Os movimentos do planeta Terra, de translação em torno do Sol e de rotação em torno do eixo polar terrestre, alteram, a todo momento, a radiação solar que chega em determinado ponto na Terra, alterações estas sazonais e diárias, respectivamente. A distância Sol-Terra é variável ao longo do ano, aproximadamente de 1,017 UA a 0,983 UA (Unidade Astronômica, a distância média Sol-Terra, sendo 1 UA $\cong 1{,}496 \times 10^8$ *km*). A translação ocorre em uma órbita elíptica de pequena excentricidade (quase circular), sendo considerado o Sol localizado em um dos focos. É denominado de eclíptico o plano definido por esta órbita, o qual inclui também o Equador do Sol. O eixo da Terra é inclinado em relação à reta normal ao plano eclíptico, com um ângulo de aproximadamente 23,45°. Esse ângulo é exatamente igual à separação angular entre o plano do Equador da Terra e o plano da órbita terrestre. Porém, o ângulo definido pela linha que une os centros do Sol e da Terra em relação ao plano Equatorial da Terra muda a cada instante (Iqbal, 1983), correspondendo à *declinação solar* (δ), definida na seção 2, e ilustrada na Fig. 2. Nos equinócios a declinação é zero $\delta = 0°$ (o plano eclíptico e o plano que do Equador terrestre se interceptam); nos solstícios δ = +23,45° (Norte), e δ = -23,45° (Sul); seu equacionamento e efeitos na percepção da trajetória aparente do Sol no céu são apresentados na seção 3.5. A seguir expõe-se outros assuntos basilares para a compreensão da geometria Sol-Terra.

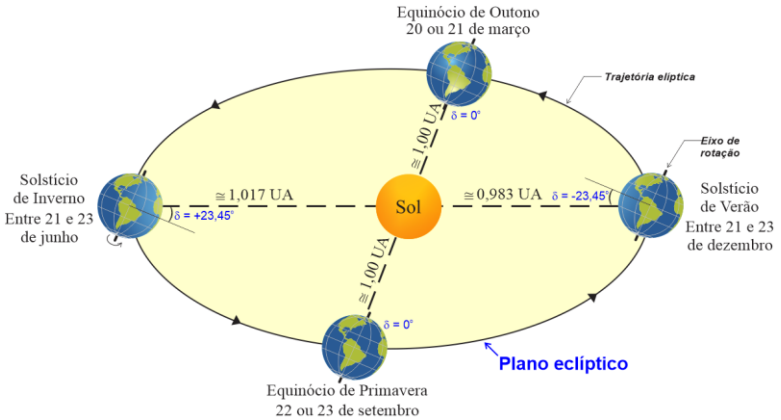


Figura 2 - Movimentos de rotação e translação da Terra. Fonte: autoria própria.

3.2 Esfera celestial e o sistema de coordenadas horizontal

Na Astronomia o céu é idealizado como uma grande esfera imaginária, denominada de esfera celeste ou celestial, concêntrica à Terra e com raio arbitrário. Como os corpos celestiais (como o Sol, a lua e as estrelas) são muito distantes da Terra, concebe-se o movimento destes como projetado nessa esfera, cujo raio é suficientemente grande para identificá-los como pontos. O Equador celeste corresponde à projeção do Equador terrestre na esfera celeste e divide o céu em duas metades. Analogamente ao globo terrestre, na esfera celeste tem-se os polos Norte e Sul, as interseções imaginárias do eixo terrestre com o céu (Sayigh et al., 1977), (Milone et al., 2010), (Smets et al., 2016).

No decorrer das horas os astros se movem no céu e configuram um movimento diurno com nascimento a leste e ocaso a oeste, o que causa a impressão de que a esfera celestial está girando de leste a oeste, em torno de seu eixo

imaginário. Contudo, esse movimento é aparente ou relativo, percebido dessa maneira, em decorrência do movimento de rotação da Terra que ocorre de oeste para leste (Oliveira Filho e Saraiva, 2019).

O zênite (Z) é o ponto da esfera celeste que se situa na vertical do observador, e o nadir é o ponto diametralmente oposto. O horizonte é o plano tangente à superfície da Terra no local do observador (plano horizontal da seção 2). Este plano limita a parte da esfera celeste visível pelo observador, sendo o zênite o ponto mais alto. Considera-se que o horizonte é um círculo máximo (ou grande círculo) da esfera celeste, ou seja, que passa pelo centro da esfera, dividindo-a no hemisfério das estrelas visíveis e o das invisíveis, naquele momento e lugar (Oliveira Filho e Saraiva, 2017).

A Fig. 3 ilustra esses elementos, particularmente para um observador localizado no hemisfério Sul. O hemisfério celestial representado à direita, que ilustra o período diurno, também é conhecido como esfera celeste visível, abóboda celeste ou firmamento. O meridiano local (passa por sobre a linha Norte-Sul no plano horizontal), corresponde ao círculo máximo na esfera celeste passando pelos polos Norte e Sul, e pelo zênite.

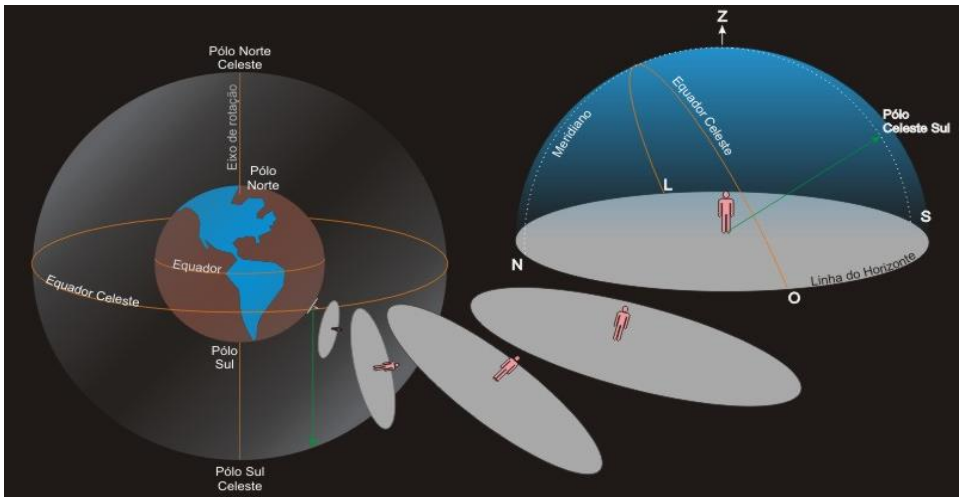


Figura 3 - Esfera celeste, plano horizontal e hemisfério visível. Fonte: (Oliveira Filho e Saraiva, 2019).

O movimento diário aparente de um astro ocorre paralelamente ao Equador celeste. O ângulo entre a direção do zênite e o Equador celeste corresponde à latitude geográfica (ϕ) do local. Estando no Equador terrestre ($\phi = 0°$), o observador nota as trajetórias diárias dos astros ocorrerem em planos perpendiculares ao plano do horizonte; diariamente todos os astros ficam metade do tempo acima do horizonte e metade do tempo abaixo. Nos polos Sul e Norte da Terra (latitudes -90° e +90°, respectivamente), o círculo do Equador celeste coincide com o do horizonte e o polo celeste com o zênite; as trajetórias dos astros ocorrem de modo paralelo ao plano horizontal (Milone et al., 2010).

Na situação ilustrada pela Fig. 3, em que a latitude local é intermediária entre o Equador e o polo Sul terrestres, as trajetórias aparentes diárias dos astros no céu ocorrem em planos oblíquos ao plano do horizonte, e o plano do Equador celeste tem a mesma obliquidade em relação ao horizonte; o polo celeste Sul é o que está elevado acima do horizonte; o observador percebe o movimento aparente do Sol se voltando para o Equador (ou nesse exemplo para o Norte geográfico, por isso a recomendação de orientar as superfícies receptoras para esta direção, para obter melhor aproveitamento da radiação solar direta); os astros ficam uma parte do tempo visíveis acima do horizonte (dia) e a outra parte abaixo e invisíveis (noite), com períodos desiguais nesse caso.

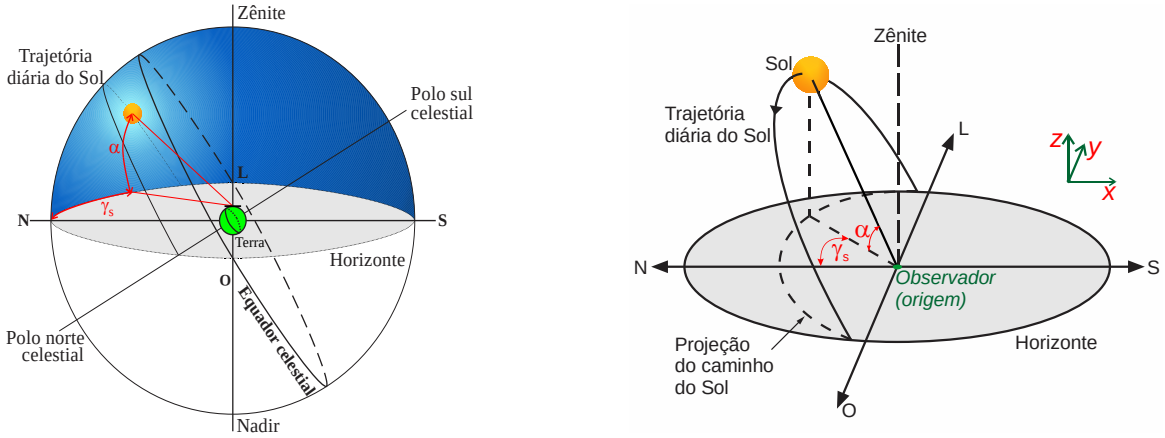
Pode-se determinar a posição de um objeto celestial através de um sistema de coordenadas angulares, com dois ângulos: um obtido sobre um plano fundamental e o outro obtido perpendicularmente a esse plano. A explanação na sequência é particularizada ao Sol, pois é o astro de interesse.

O sistema de coordenadas astronômicas denominado *sistema de coordenadas horizontal* é preferido para localizar a posição do Sol no céu com relação a um sistema de coordenadas na Terra (Sayigh, 1977); é apontado por Smets et al. (2016), como o mais conveniente para aplicações fotovoltaicas, sendo também utilizado por vários outros autores. Por isso, esse será o único descrito a seguir. Outros como o sistema equatorial celeste, o equatorial local e o eclíptico, com seus planos fundamentais, coordenadas e representações gráficas peculiares, têm em comum o centro da Terra como origem (Sayigh, 1977), (Smets et al., 2016), (Oliveira e Saraiva, 2017).

O *sistema horizontal* utiliza como plano fundamental o horizonte celeste ou, de maneira equivalente, tem como referência o plano horizontal definido anteriormente. A origem é uma posição fixa na Terra, no local de interesse, onde está o observador como na Fig. 3, ou a superfície receptora como na Fig. 1(b).

Sendo a Terra centrada na esfera celestial, a rigor, o raio da esfera celeste se refere à distância do centro da Terra à posição do Sol. Porém, como a distância do Sol é muito maior que o raio da Terra, o efeito prático deste deslocamento da origem pode ser desprezado (Smets et al., 2016). Ou seja, considera-se que o plano horizontal intercepta a esfera celeste em um círculo máximo, isto é, passa pelo centro da esfera (Oliveira Filho e Saraiva, 2017).

As coordenadas horizontais são os arcos *altura* e *azimute* ilustrados na Fig. 4(a), já contextualizadas para a área de Engenharia Solar pelas respectivas definições dos ângulos *altura solar* (α) e *azimutal do Sol* (γ_s) da seção 2. Estão reapresentados na Fig. 4(b), uma maneira mais simples de mostrar a trajetória diária do Sol (comumente encontrada na literatura), mas que, analogamente à Fig. 1(b), não exibe a esfera celestial e se refere apenas ao hemisfério visível.



(a) Fonte: adaptado de Iqbal (1983). (b) Fonte: autoria própria.

Figura 4 - Posicionamento do Sol: (a) na esfera celestial e o sistema de coordenas horizontal; (b) trajetória diária aparente do nascer ao pôr do Sol (ponto de vista do hemisfério Sul).

Em suma, o sistema horizontal é um sistema local, fixo na Terra, em que as coordenadas angulares (α, γ_s) dependem do lugar e variam com o instante de observação; a posição do Sol em relação ao observador pode ser totalmente descrita por estes dois ângulos, cujas equações dependem do *ângulo horário solar* (ω) e da *declinação* (δ), os quais também precisam ser equacionados. Antes disso discute-se o *horário solar* (apenas mencionado na seção 2).

3.3 Horário solar e horário do relógio

Quanto a apenas citada expressão *horário solar* pela NBR 10899:2013, encontra-se nomeações com significados iguais e mesmo diferentes na literatura, por exemplo: *hora solar* (CEPEL - CRESESB, 2014), *apparent solar time* (Kalogirou, 2009), *solar time* (Duffie e Beckman, 2013), *local apparent time* ou *true solar time* (Iqbal, 1983). Neste texto, acompanhando a ABNT, será empregado o termo *horário solar*, simbolizando-o por H_s.

A trajetória solar diária aparente na esfera celestial visível, ilustrada na Fig. 4(b), começa ao nascer e termina ao pôr do Sol, em uma marcação de tempo que não é a mesma indicada pela hora do relógio (horário civil ou legal). Por exemplo, o instante em que o Sol culmina em determinado dia (chega à sua altura máxima acima do horizonte e maior é altura solar α) corresponde ao chamado meio-dia solar, mas não necessariamente equivale às 12h00 do relógio local; nesse momento o Sol cruza o meridiano do observador (sobre a linha Norte-Sul e o azimute solar $\gamma_s = 0°$). Já o nascimento do Sol e seu ocaso são equidistantes do meio-dia solar e em ambos $\alpha = 0°$.

Um dia solar – intervalo de tempo entre duas passagens sucessivas do Sol pelo meridiano do lugar, entre duas culminações superiores (maior altura solar) consecutivas (Oliveira e Saraiva, 2019) – varia principalmente devido à translação da Terra em órbita elíptica e pela inclinação do eixo da Terra em relação ao plano eclíptico (Palz, 1981), (Iqbal, 1983). Assim, sem entrar em detalhes, diz-se que o *tempo solar verdadeiro* é diferente do *tempo solar médio*[1] e, portanto, do tempo do relógio local. A *Equação do Tempo* (E_t), calcula essa diferença. Seu valor depende do dia do ano (d_n), e varia entre, aproximadamente, +16 min (Sol cruza o meridiano local mais cedo que o tempo do relógio) e -14 min (Sol cruza o meridiano mais tarde). Conforme Iqbal (1983) pode ser calculada, com erro máximo de 0,0025 rad, pela Eq. (1). O multiplicador 229,18 converte o resultado para minutos; gama (Γ) em radianos é obtido da Eq. (2).

$$E_t = [0,000075 + 0,001868 \cdot \cos(\Gamma) - 0,032077 \cdot sen(\Gamma) - 0,014615 \cdot \cos(2 \cdot \Gamma) - 0,04089 \cdot sen(2 \cdot \Gamma)] \cdot 229,18 \quad (1)$$

$$\Gamma = \frac{2 \cdot \pi \cdot (d_n - 1)}{365} \quad (2)$$

onde: d_n é o dia do ano conforme o calendário Juliano, ou seja, $d_n = 1$ para 1° de janeiro e $d_n = 365$ para 31 de dezembro; adota-se fevereiro com 28 dias (Iqbal, 1983).

Outro ajuste ao *horário solar* deve ser aplicado, pois a hora legal de um lugar é vinculada a um fuso horário padrão. Logo, pode existir uma diferença longitudinal entre o meridiano do observador e o meridiano do fuso; a diferença de 1° corresponde a 4 min, ou seja, deve ser multiplicada por 4. Assim, *o horário solar* (H_s) em minutos, é dado pela Eq. (3) (Iqbal, 1983).

$$H_s = H_{ol} + \Delta_L + E_t \quad (3)$$

onde: H_{ol} é a hora oficial local, em minutos (com horário de verão deve-se acrescentar 60 minutos);

Δ_L é a correção de longitude: $\Delta_L = 4 \cdot (L_p - L_e)$, em minutos;

L_p é a longitude padrão associada ao fuso horário oficial local, e L_e é a longitude do local, ambas em graus.

[1] O *tempo solar médio* é baseado em um Sol médio (fictício) que se move ao longo do Equador celeste (movimento aparente) com velocidade angular constante, assim os dias solares médios são iguais. Porém, esse movimento é na eclíptica com velocidade variável e, os dias solares verdadeiros não são iguais entre si, embora o ano solar médio seja igual ao verdadeiro (Oliveira e Saraiva, 2019).

A parcela Δ_L deve entrar como positiva se o meridiano do observador local L_e estiver a leste do meridiano padrão L_p, pois o Sol cruza o meridiano local antes do tempo do relógio (excluindo a influência de E_t), ou seja, o horário solar está adiantado do relógio; considerar Δ_L negativa se L_e estiver a oeste de L_p. E_t deve ser somada algebricamente.

Exemplo: em Brasília-DF com L_e = *-47.929720 °* (*Oeste*). Qual é o valor de H_s, no dia 1º de janeiro às 12h00 do relógio local?
Solução: Brasília está no GMT = -03:00 (Greenwich Mean Time), então L_p = -45 ° (45 ° O); em 1º de janeiro d_n = 1; o horário do relógio em minutos é: H_{ol} = 720 min; com as Eqs. (1) e (2), obtém-se E_t = -2,9042 min;
com a Eq. (3) e pela convenção mencionada Δ_L deve ser negativo, isto é: "4·(45 – 47,929720)" entra como -11,7189 min;
logo: H_s = 720 -11,7189 -2,9042 => H_s = 705,3769 min ou aproximadamente 11h45.
Portanto, o "Sol está atrasado" e cruza o meridiano local cerca de 15 min mais tarde em relação ao horário do relógio local.

3.4 Equação para o *ângulo horário solar*

O *ângulo horário solar* (ω), ilustrado e definido na seção 2, pode ser entendido como o ângulo que a Terra deveria rotacionar para trazer o meridiano de um local de sua superfície diretamente sob a direção do Sol. Como cada 15° de longitude equivale a uma hora, pode-se relacioná-lo com o *horário solar* (H_s) pela Eq. (4) (Kalogirou, 2009).

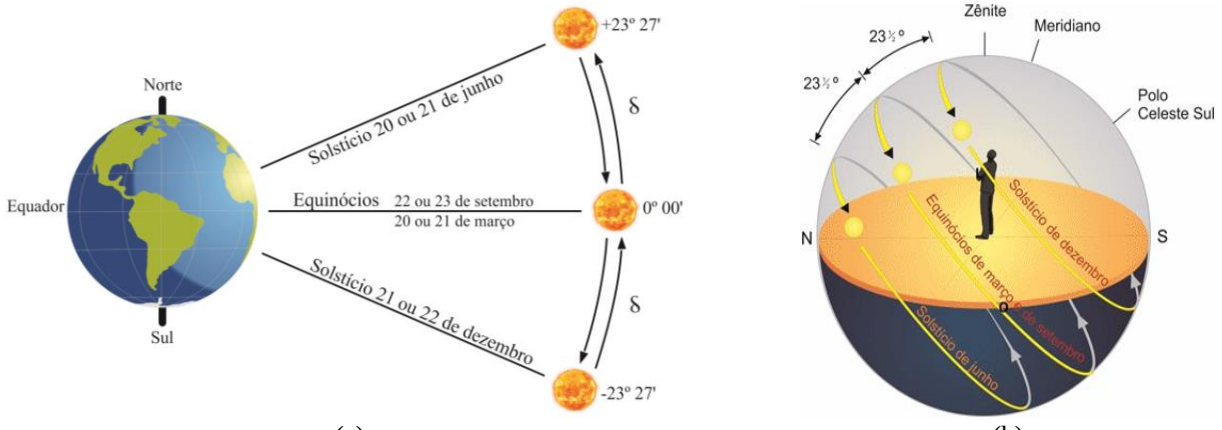
$$\omega = (H_s - 12) \cdot 15 \tag{4}$$

Esta equação é compatível com a convenção apresentada na seção 2, fornecendo valores negativos no período matutino e positivos no vespertino, por exemplo: H_s = 6h00 $\Rightarrow$ ω = -90°; H_s = 12h00 $\Rightarrow$ ω = 0°; H_s = 18h00 $\Rightarrow$ ω = +90°; veja que ao meio-dia solar local, quando o Sol cruza o meridiano do observador (sobre a linha Norte-Sul): $\omega = 0°$.

3.5 Equação para o *ângulo de declinação solar*

A *declinação solar* (δ) foi definida na seção 2 e apresentada brevemente na seção 3.1. Na Fig. 5(a), com a Terra como referência, mostra-se que a declinação varia ao longo do ano entre ±23,45° (positiva ao Norte e negativa ao Sul); nos equinócios de outono e primavera $\delta = 0$; para um observador no hemisfério Sul, no solstício de verão δ = -23,45° e no solstício de inverno δ = +23,45° (o contrário se estiver no hemisfério Norte).

A Fig. 5(b) ilustra como um observador, em latitude fixa, percebe o efeito da variação de δ sobre as trajetórias do Sol nesses dias específicos: têm a mesma obliquidade com o horizonte, mas os trajetos se deslocam (com posições intermediárias nos demais dias). Assim, um observador no hemisfério Sul, olhando para a direção Norte, percebe o Sol mais elevado no verão, com maior *altura solar* (α) ou menor *ângulo zenital* (θ_z) (ver seção 2); por exemplo, na latitude $\phi = 23,45°S$ (Trópico de Capricórnio), no solstício de verão e ao meio-dia solar: $\alpha = 90°$, ou $\theta_z = 0°$.



(a) (b)

Figura 5 - Declinação solar: (a) Terra como referência, fonte: adaptado de Pereira et al. (2017).
(b) trajetória do Sol na esfera celeste, fonte: <http://www.if.ufrgs.br/fis02001/aulas/aula_movsol.htm>. Acesso em 12/11/2019.

O valor de δ em cada dia do ano pode ser obtido com muita precisão por meio da Eq. (5), que fornece seu valor em radianos (erro máximo de 0,0006 rad) (Iqbal, 1983). *Gama* (Γ) é o mesmo da Eq. (2).

$$\begin{aligned}\delta = {} & [0,006918 - 0,399912 \cdot cos(\Gamma) + 0,070257 \cdot sen(\Gamma) - 0,006758 \cdot cos(2 \cdot \Gamma) \\ & + 0,000907 \cdot sen(2 \cdot \Gamma) - 0,002697 \cdot cos(3 \cdot \Gamma) + 0,00148 \cdot sen(3 \cdot \Gamma)]\end{aligned} \tag{5}$$

Embora o valor da declinação varie a cada instante, nos cálculos de Engenharia Solar pode ser considerada constante em um mesmo dia (Kalogirou, 2009); assim, é comum tomar d_n inteiro na faixa $1 \leq d_n \leq 365$ (Duffie e Beckman, 2013).

3.6 Equações para a altura solar e ângulo azimutal do Sol (*coordenadas horizontais*)

De acordo com Iqbal (1983), para uma dada posição geográfica, na ausência de atmosfera refrativa da Terra[2], as relações trigonométricas entre o Sol (centro do disco solar[3]) e uma superfície *horizontal* são dadas pelas Eqs. (6) e (7).

$$sen(\alpha) = \text{sen}(\delta)\cdot\text{sen}(\phi) + \cos(\delta)\cdot\cos(\phi)\cdot\cos(\omega) = \cos(\theta_z) \tag{6}$$

$$\cos(\gamma_s) = \frac{\text{sen}(\alpha)\cdot\text{sen}(\phi) - \text{sen}(\delta)}{\cos(\alpha)\cdot\cos(\phi)} \tag{7}$$

Para a Eq (7) é necessária uma adequação em função da convenção da NBR 10899:2013, pois: em Iqbal (1983) convenciona-se $\gamma_s = 0°$ no Sul e positivo no sentido Leste (sentido trigonométrico), enquanto na norma, considera-se $\gamma_s = 0°$ no Norte e positivo no sentido Leste (sentido contrário ao trigonométrico), sendo $-180° \le \gamma_s \le +180°$. Assim, o termo $cos(\gamma_s)$ original é substituído por $cos(180° - \gamma_s) = -cos(\gamma_s)$, ou coloca-se este sinal negativo no membro da direita.

Há ainda um ajuste para o sinal de γ_s: baseado em (Duffie e Beckman, 2013), mas já alterado para as convenções aqui adotadas, o ângulo azimutal do Sol γ_s é positivo quando o ângulo horário ω é negativo e vice-versa. Assim, a Eq. (8), que emprega a função *sinal* (retorna +1 se seu argumento é positivo e vice-versa), é a utilizada para o cálculo de γ_s. O sinal de ω, contrário ao de Iqbal (1983), não interfere nos resultados da Eq. (6) (pois a função cosseno é par).

$$\gamma_s = -\text{sinal}(\omega)\cdot\arccos\left[-\frac{\text{sen}(\alpha)\cdot\text{sen}(\phi) - \text{sen}(\delta)}{\cos(\alpha)\cdot\cos(\phi)}\right] \tag{8}$$

3.7 Equação para o ângulo de incidência em uma superfície

Para uma superfície inclinada com ângulo β em relação ao horizonte e orientada com *ângulo azimutal* γ em relação ao meridiano local (linha Norte-Sul), como na Fig. 1(b), pode-se obter o *ângulo de incidência* θ pela Eq. (9), já alterada em relação à equação original de Iqbal (1983) de duas maneiras: analogamente ao caso anterior (mesma diferença na convenção do ângulo azimute de superfície γ); e, tendo sido adotado o *ângulo horário solar* (ω) negativo no período matutino e positivo no vespertino, ao contrário de Iqbal (1983), acrescentou-se um sinal negativo ao $sen(\omega)$, como mostrado.

$$\begin{aligned}\cos(\theta) =& [\text{sen}(\phi)\cdot\cos(\beta) + \cos(\phi)\cdot sen(\beta)\cdot\cos(\gamma)]\cdot sen(\delta) \\ &+ [\cos(\phi)\cdot\cos(\beta) - sen(\phi)\cdot sen(\beta)\cdot\cos(\gamma)]\cdot\cos(\delta)\cdot\cos(\omega) \\ &+ \cos(\delta)\cdot sen(\beta)\cdot sen(\gamma)\cdot sen(-\omega)\end{aligned} \tag{9}$$

3.8 Pôr e nascimento do Sol e duração do dia solar

Tanto no pôr como no nascimento do Sol $\alpha = 0°$ ou $\theta_z = 90°$, então com a Eq. (6) obtém-se a Eq. (10) e (11); esta última fornece o ângulo horário nesses momentos; valor positivo no pôr do Sol (tarde) e negativo ao amanhecer (convenção da seção 2). A partir da Eq. (4) obtém-se o *horário solar* correspondente (em horas), isto é, $H_{pôr} = \omega_{pôr}/15 + 12$ e $H_{nasc} = \omega_{nasc}/15 + 12$. Como o Sol culmina de forma equidistante entre nascimento e ocaso, em horas, sua *duração diurna* $= 2\cdot\omega_{pôr}/15$, ou é dada pela subtração de pôr e nascimento do Sol, *duração diurna* $= (\omega_{pôr} - \omega_{nasc})/15$.

$$\cos(\omega) = -\text{tg}(\delta)\cdot\text{tg}(\phi) \tag{10}$$

$$\omega_{pôr} = \text{acos}[-\text{tg}(\delta)\cdot\text{tg}(\phi)\,] = -\omega_{nasc} \tag{11}$$

3.9 Observações sobre as equações

De acordo com Smets et al. (2016), a altura solar varia na faixa $-90° \le \alpha \le +90°$ (elevação do centro do disco solar acima do plano horizontal); valores negativos correspondem a situação em que o Sol não está visível e não contribui para a captação de energia.

Nas regiões polares ($|\phi| > 66{,}55°$), dependendo do dia (e declinação), há casos em que não há Sol ou não há noite, e as Eqs. (10) e (11) não se aplicam; independente disso, para os cálculos pode-se fazer $-180° \le \omega \le +180°$.

O ângulo θ é de grande interesse, pois está relacionado à captação da irradiância solar por uma superfície, sendo maior quanto menor for θ; este ângulo pode ultrapassar 90° o que significa que os raios solares atingem a superfície por detrás; segundo Duffie e Beckman (2013) ao se usar a Eq. (9) deve-se assegurar que a Terra não está bloqueando o Sol, isto é, que o ângulo horário é entre o nascer e o pôr do Sol: $\omega_{nasc} \le \omega \le \omega_{pôr}$; porém, de forma mais geral, pode-se usar a Eq. (9) para ângulos horários desde que a altura solar correspondente seja $\alpha \ge 0$; vale lembrar que o ângulo β entra com sinal positivo, 0° a +90°, mesmo para superfícies localizadas no hemisfério Sul em que as latitudes são negativas.

A seguir são mostrados exemplos com o uso do programa MATLAB. Para evitar imprecisões numéricas nos polos, recomenda-se usar nestes pontos as latitudes $\phi = +89{,}99°$ para o polo Norte, *e* $\phi = -89{,}99°$ para o polo Sul.

---

[2] Para propósitos práticos a atmosfera refrativa da Terra tem uma influência desprezível na *altura solar*, que é um pouco maior que o calculado; também são desprezados nesta abordagem efeitos de temperatura e pressão atmosférica; mais detalhes em Iqbal (1983).

[3] O Sol visto de fora da atmosfera terrestre parece basicamente como um disco; corresponde a projeção de sua face visível sobre a esfera celeste, que resulta na forma achatada quando observada da Terra.

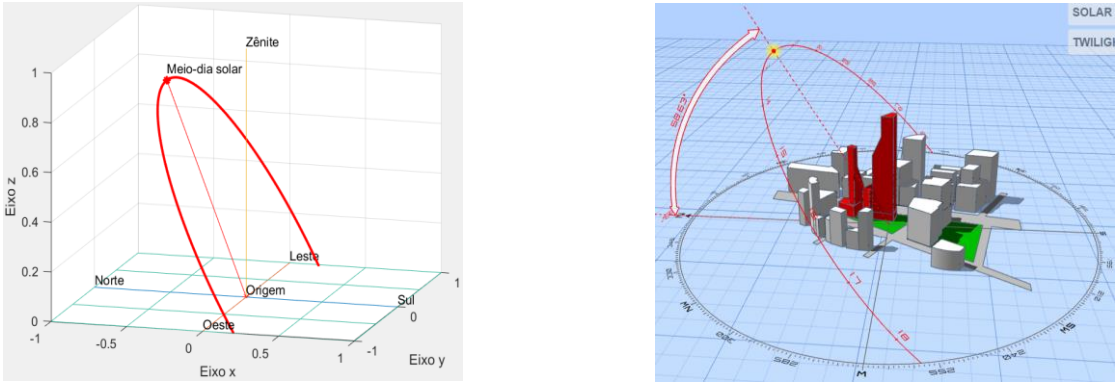
4. EXEMPLIFICAÇÃO NO PROGRAMA MATLAB

Para plotar a trajetória aparente do Sol no MATLAB pode-se utilizar a função "*plot3*" que emprega coordenadas cartesianas (*x*, *y*, *z*). Para tanto, adotou-se o *eixo x* positivo no sentido Norte para Sul, e o *eixo y* positivo no sentido Oeste para Leste, como mostrado na Fig. 4(b). Visto que os ângulos do *sistema horizontal* e o raio da esfera celestial (*r*) correspondem a coordenadas esféricas (r, θ_z, γ_s), sendo $\theta_z = 90° - \alpha$, utiliza-se a Eq. (12) para transformá-las em coordenadas cartesianas. Como para a esfera celestial o raio é arbitrário, considera-se $r = 1$ (em todos seus pontos: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$). Antes de plotar, é ainda necessário reajustar γ_s de acordo com o ciclo trigonométrico, para que ocorra nos quadrantes corretos, como aparece em comentário no trecho de *script* a seguir (ver variável "`ysl`").

$$x = r \cdot sen(\theta_z) \cdot \cos(\gamma_s),\ y = r \cdot sen(\theta_z) \cdot \sin(\gamma_s),\ z = r \cdot \cos(\theta_z) \tag{12}$$

O *script* resulta na trajetória solar da Fig. 6(a), considerando: $\phi = -40{,}16°\ (S)$ e $d_n = 289$ *(16 de outubro)*. Na Fig. 6(b) tem-se o resultado a partir do aplicativo *3D Sun-Path* (Marsh, 2019), utilizou-se 16/10 do ano de 2019 (há uma pequena variação de um ano para outro na declinação, pois o aplicativo considera variações anuais de analema). Nota-se razoável semelhança e, por exemplo: ao meio-dia solar, $\alpha = 58{,}43°$ pelo MATLAB, e $\alpha = 58{,}63°$ pelo aplicativo.

```
clear, clc, close all, figure(1),[X,Y] = meshgrid(-1:0.5:1, -1:0.5:1); mesh(X,Y,zeros(size(X))), hold on
plot3([-1 1],[0 0],[0 0]), plot3([0 0],[-1 1],[0 0]), plot3([0 0],[0 0],[0 1]), plot3(0,0,0,'r*'),
text(0,0,0.03,'Origem'), text(-1,0,0.03,'Norte'), text(1,0,0.03,'Sul') %Eixo x = sentido Norte para Sul
text(0,-1,0.03,'Oeste'), text(0,1,0.03,'Leste') %Eixo y = sentido Oeste para Leste
xlabel('Eixo x'), ylabel('Eixo y'), zlabel('Eixo z'), text(0.0,0.0,1.04,'Zênite'); fprintf('\nCalcula e plota...')
npto = 10000; %Quantidade de pontos, usar número par
dn = 289; FI = -40.16*pi/180; %dn = dia Juliano; FI = Latitude, passando para radianos
gama = 2*pi*(dn-1)/365; %Radianos
d = (0.006918- 0.399912*cos(gama) + 0.070257*sin(gama) - 0.006758*cos(2*gama)+...
    0.000907*sin(2*gama) - 0.002697*cos(3*gama) + 0.00148*sin(3*gama)); %d = declinação, rad
CosW = -tan(d)*tan(FI);
if CosW <= 1 %Calcula Hnasc e Hpor: nasc e pôr do Sol em horas (decimais)
    Wpor = acos(CosW)*180/pi; fprintf('\nHnasc = %1.4f h e Hpôr = %1.4f h', -Wpor/15+12, Wpor/15+12)
end
W = linspace(-pi, pi, npto); %Ângulo horário solar: manhãs(-); tardes (+)
a = asin(sin(d)*sin(FI) + cos(d)*cos(FI)*cos(W) ); Thetaz = pi/2 - a; %Altura e ângulo zenital
fprintf('\nAltura do Sol ao meio-dia Solar = %1.2f graus\n',a(npto/2)*180/pi)
Cosys = -(sin(a)*sin(FI) - sin(d))./(cos(a)*cos(FI));
for k = 1:npto %Elimina imprecisões numéricas quando Cosys > 1
    if abs(Cosys(k)) > 1  Cosys(k) = sign(Cosys(k));  end
end
ys = -sign(W).*acos(Cosys); ysl = pi-ys; %Âng. azimutal Sol; ysl: ajuste plotagem: volta ao sentido trigonométrico
r = 1; %Transformando em coordenadas cartesianas.
x = r*sin(Thetaz).*cos(ysl); %Eixo x = sentido Norte para Sul
y = r*sin(Thetaz).*sin(ysl); %Eixo y = sentido Oeste para Leste
z = r*cos(Thetaz); %Eixo z = sentido Origem para Zênite
figure(1), plot3(x,y,z,'r.') %Plota trajetória do Sol
plot3([0 x(npto/2)],[0 y(npto/2)], [0 z(npto/2)],'r')
plot3([x(npto/2)],[y(npto/2)], [z(npto/2)],'r*','LineWidth',1.5),
text(x(npto/2),y(npto/2),z(npto/2)+0.05,'Meio-dia solar'), view(16,16), axis([-1 1 -1 1 0 1])
```



(a) (b)

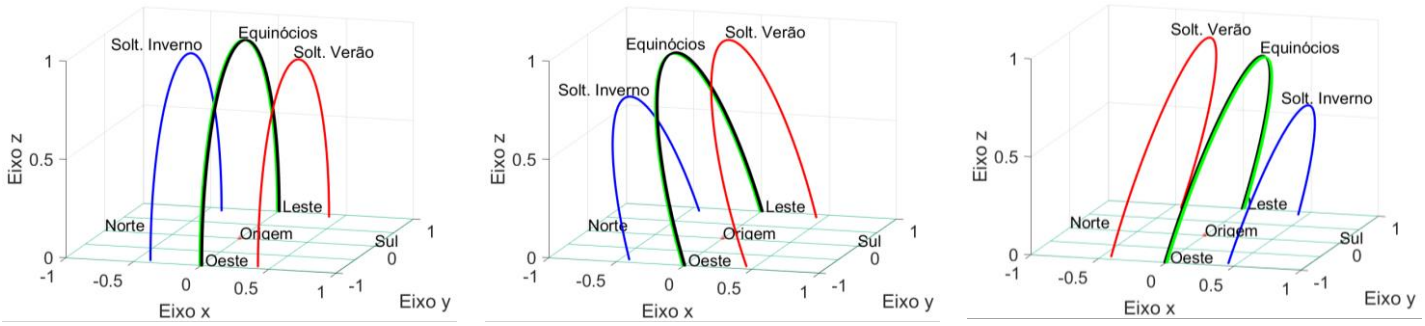
Figura 6 - Trajetória solar: (a) resultado obtido pelo MATLAB; (b) mesma situação pelo *3D Sun-Path* (Marsh, 2019).

A Tab. 1 exibe outras comparações. Também foram testados valores com o programa *PVsyst V6.78 - trial* (opção *Near Shadings*), que forneceu resultados próximos (não mostrados). O comando "`axis([-1 1 -1 1 0 1])`" (ou pontos em que $\alpha \geq 0$), só inclui a trajetória solar visível (diurna) da esfera celestial. Para ver toda a trajetória basta retirá-lo.

Tabela 1 - Resultados com $d_n = 355$ (21 dez. Solstício de Verão no hemisfério Sul): nascer / meio-dia solar / pôr do Sol.

Latitude local:	**Resultados:**			
ϕ	α, MATLAB	α, *3D Sun-Path*	γ_s, MATLAB	γ_s, 3D Sun-Path
-89,99° (S)	23,42°/ 23,42°/ 23,42°	23,37°/ 23,57°/ 23,37°	Sol todo dia (sem noite), a trajetória solar é circular e paralela ao plano do horizonte, o zênite coincide com o polo celeste Sul	
-66,55° (S)	0°/ 46,87°/ 0°	≅0°/ 46,90°/ ≅0°	177,18°/ ≅0°/ -177,18°	-176,85°/ ≅0°/ -176,85°
-23,45° (S)	0°/ 89,90°/ 0°	≅0°/ 89,93°/ ≅0°	115,67°/ 72,01°/ -115,67°	116,13°/ -74,79°/ -116,08°
0°	0°/ 66,58°/ 0°	≅0°/ 66,57°/ ≅0°	113,42°/ 179,79°/ -113,42°	113,44°/ -179,84°/ -113,43°
23,45° (N)	0°/ 43,13°/ 0°	0°/ 43,13°/ 0°	115,67°/ 179,90°/ -115,67°	115,29°/ -179,91°/ -115,33°
+66,55° a +89,99° (N)	Nessa faixa de latitude não há Sol nesse dia			

Na Fig. 7 tem-se variações latitudinais e de declinações (Equinócios e Solstícios estabelecidos na seção 2). Nota-se a obliquidade da trajetória solar em relação ao plano horizontal e seus deslocamentos devido às diferentes declinações.

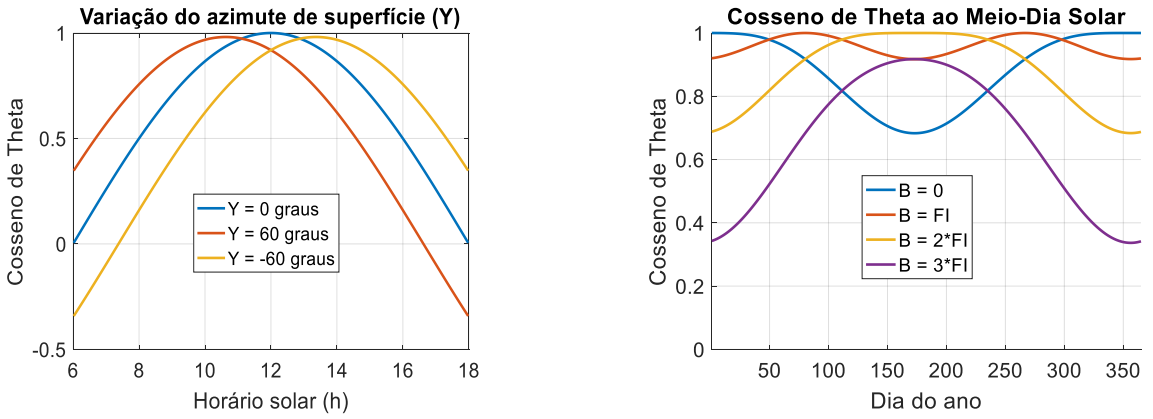


(a) (b) (c)

Figura 7 - Trajetória do Sol: (a) $\phi = 0°$ (Equador); (b) $\phi = -23{,}45°$ (Tróp. Capricórnio); (c) $\phi = +23{,}45°$ (Tróp. Câncer).

O trecho de *script* a seguir exemplifica o cálculo do cosseno do ângulo de incidência, $cos(\theta)$, da Eq. (9). As Figs. 8(a) e 8(b) apresentam resultados a esse respeito.

```
Y = 0*pi/180 %Y = ângulo azimutal de superfície, em radianos
B = abs(-23.45)*pi/180;  %B = ângulo de inclinação sempre positivo e passando para radianos
W = W(a>=0); %Usando ângulos horários solares somente para alturas solares positivas
CosTheta = (sin(FI)*cos(B)+cos(FI)*sin(B)*cos(Y))*sin(d)...
    +(cos(FI)*cos(B)-sin(FI)*sin(B)*cos(Y))*cos(d)*cos(W)...
    +cos(d)*sin(B)*sin(Y)*sin(-W);
figure(2), plot((W*180/pi)/15+12,CosTheta,'LineWidth',2)
xlabel('Horário solar (h)'),ylabel('Cosseno de Theta'),grid on
```



(a) (b)

Figura 8 - Ângulo de incidência: (a) variando o azimute da superfície (γ); (b) variando a inclinação da superfície (β).

Na Fig. 8(a), com $d_n = 265$ (Eq. Primavera), $\phi = -23{,}45°$, inclinação $\beta = |\phi|$, variando $\gamma = 0°$ *(Norte),* $60°$ *(voltada ao Leste),* $-60°$ *(ao Oeste),* $H_{nasc} \leq H_s \leq H_{pôr}$; ao meio-dia solar ($H_s = 12h00$) *e com* $\gamma = 0°$ a inclinação compensou a latitude e obteve-se $cos(\theta) = 1$ *ou* $\theta = 0°$; *com* $\gamma = 60°$ obteve-se $cos(\theta) = 1$ *antecipado na manhã e, postergado na tarde com* $\gamma = -60°$; *valores negativos de* $cos(\theta)$ *significam que os raios solares atingem a superfície por detrás.*

Na Fig. 8(b), com $1 \leq d_n \leq 365$, $\omega = 0°$ (ao meio-dia solar), $\phi = -23{,}45°$, $\gamma = 0°$, *variando* $\beta = 0°$, ϕ, $2{\cdot}\phi$ *e* $3{\cdot}\phi$; obteve-se maiores $cos(\theta)$ quando $\beta = \phi$ (a integração numérica das áreas sob as curvas forneceu o maior valor nesse caso, sendo que neste exemplo o menor valor ocorreu com $\beta = 3{\cdot}\phi$).

CONCLUSÕES

Pela considerável revisão bibliográfica a respeito da geometria Sol-Terra não se encontrou, num mesmo texto, em se tratando do ponto de vista do hemisfério Sul, explicações didáticas combinadas a equacionamento completo e bem exemplificado, e em conformidade com a NBR 10899:2013. Nesse sentido, além de revisão teórica, foram mostrados ajustes em equações, trechos de programação na linguagem MATLAB, resultados numéricos e gráficos.

A versatilidade desta linguagem facilita a compreensão conceitual e propicia a obtenção de vários outros resultados, alterações no ângulo de visão das figuras, desenvolvimento de animações, interatividade, implementações computacionais mais complexas e abrangentes. Pode-se também tratar superfícies móveis com rastreamento solar.

A abordagem didática apresentada teve que ser resumida, condensando-se explicações e abrindo-se mão de figuras ilustrativas. Os autores têm consciência de que é interessante, portanto, que o texto seja ampliado posteriormente. Face a tantas equações e convenções divulgadas pela literatura, fica como reflexão sobre a necessidade de uma padronização.

REFERÊNCIAS

ABNT NBR 10899:2013. Energia solar fotovoltaica – Terminologia.

Absolar, 2019. Infográfico ABSOLAR n. 12 - atualizado em 01/10/2019. Disponível em: <http://www.absolar.org.br/infografico-absolar-.html>. Acesso em 31 out. 2019.

Ashrae, 2015. Handbook: Heating, Ventilating, and Air-Conditioning (HVAC) Applications, SI Edition, Atlanta, USA.

Balfour, J., Shaw, M., Nicole, B. N., 2016. Introdução ao Projeto de Sistemas Fotovoltaicos, GEN/LTC, Rio de Janeiro.

Barros, B. F., et al., 2016. Instalação de Sistema de Microgeração Solar Fotovoltaica, 1ª ed., SENAI-SP Editora, São Paulo.

CEPEL - CRESESB, 2014. Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos, 2ª ed., Rio de Janeiro.

Cometta, E., 1982. Energia Solar, Hemus, São Paulo.

Duffie, J. A., Beckman, W. A., 2013. Solar Engineering of Thermal Processes, 4th ed., Wiley, New Jersey, USA.

Fraidenraich, N., Lyra, F. J. M., 1995. Energia Solar: Fundamentos e Tecnologias de Conversão Heliotérmica e Fotovoltaica, Editora Universitária da UFPE, Recife.

Frontin, et al., 2017. Usina Fotovoltaica Jaíba Solar - Planejamento e Engenharia, Teixeira Gráfica e Editora, Brasília.

Goswami, D. Y., 2015. Principles of Solar Engineering, 3rd ed., CRC Press, Boca Raton, USA.

GTES, 2004. Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos, 1ª ed. (Edição Especial PRC-PRODEEM), Grupo de Trabalho de Energia Solar (GTES), CEPEL – CRESESB, Rio de Janeiro.

Iqbal, M., 1983. An Introduction to Solar Radiation, Academic Press, Toronto, Canada.

Kalogirou, S. A., 2009. Solar Energy Engineering: Process and Systems, 1st ed., Elsevier, Burlington, USA.

Kalogirou, S. A., 2016. Engenharia de Energia Solar - Processos e Sistemas, Elsevier, Rio de Janeiro.

Luque, A., Hegedus, S., 2011. Handbook of Photovoltaic Science and Engineering, 2nd ed., Wiley, USA.

Maciel, N. F., Lopes, J. D. S, Lima, F. Z., 2008. Energia Solar para o Meio Rural - Fornecimento de Eletricidade (curso com livro e DVD), Centro de Produções Técnicas (CPT), convênio CPT/CEE - UFV, Viçosa.

Markvart T., Castañer L., 2003. Practical Handbook of Photovoltaics: Fundamentals and Applications, Elsevier, UK.

Marsh, A. J., 2019. 3D Sun-Path (App). Disponível em: <http://andrewmarsh.com/software/sunpath3d-web/>. Acesso em 12/11/2019.

Messenger, R., Abtahi, H. A., 2017. Photovoltaic Systems Engineering, 4th ed., CRC Press, Boca Raton, USA.

Milone, A. C., et al., 2010. Introdução à Astronomia e Astrofísica, INPE, São José dos Campos.

MIT - STI, 1978. Manual de Energia Solar, Ministério da Indústria e do Comércio, Secretaria de Tecnologia Industrial, Brasília.

Morais, J. L., 2009. Sistemas Fotovoltaicos – da Teoria à Prática, Engebook, Porto, Portugal.

Moreira et al., 2017. Energias Renováveis, Geração Distribuída e Eficiência Energética. LTC. Rio de Janeiro.

Muneer, T., 2004. Solar Radiation and Daylight Models, 2nd ed., Elsevier Butterworth-Heinemann, Burlington, USA.

Oliveira Filho, K. S., Saraiva, M. F. O., 2017. Astronomia & Astrofísica, Editora Livraria da Física, 4ª ed., São Paulo.

Oliveira Filho, K. S., Saraiva, M. F. O., 2019. Astronomia e Astrofísica, sítio da *Internet*. Disponível em: < http://astro.if.ufrgs.br/index.htm>. Acesso em 12 out. 2019.

Palz, W., 1981. Energia Solar e Fontes Alternativas, UNESCO Paris/Hemus, São Paulo.

Perrier, J. L., 1982. Energia Solar e Hidrogênio, Editorial Presença, Lisboa, Portugal.

Pereira et al., 2017. Atlas Brasileiro de Energia Solar, 2ª ed., INPE, São José dos Campos.

Pereira, F. A. S., Oliveira, M. Â. S., 2011. Curso Técnico Instalador de Energia Solar Fotovoltaica, Publindústria, Porto, Portugal.

PVsyst, 2018. Study of Photovoltaic Systems, versão: V6.78 – TRIAL (glossário).

Rüther, R., 2004. Edifícios Solares Fotovoltaicos, Editora UFSC / LABSOLAR, 1ª ed., Florianópolis.

Sayigh, A. A. M., et al., 1977. Solar Energy Engineering, Academic Press, Orlando, USA.

Şen, Z., 2008. Solar Energy Fundamentals and Modeling Techniques, Springer-Verlag London.

Smets, et at., 2016. Solar Energy: The Physics and Engineering of Photovoltaic Conversion, Technologies and Systems, UIT Cambridge, England.

Tiba, C., Fraidenraich, N., 2000. Atlas Solarimétrico do Brasil - Banco de Dados Terrestres, Ed. Universitária da UFPE, Recife.

Villalva, M. G., Gazoli, J. R., 2012. Energia Solar Fotovoltaica - Conceitos e Aplicações, 1 ª ed., Érica, São Paulo.

Zilles, R., Macêdo, W. N., Galhardo, M. A. B., Oliveira, S. H. S., 2012. Sistemas Fotovoltaicos Conectados à Rede Elétrica, Oficina de Textos, São Paulo.

SUN-EARTH GEOMETRY: A DIDACTIC APPROACH WITH EMPHASIS IN THE SOUTHERN HEMISPHERE AND BASED ON ABNT NBR 10899:2013

Abstract. *This paper presents a didatic description about the sun-eath geometry, guided by the ABNT NBR 10899:2013 standard. It is emphasized the southern hemisphere. Equations traditionally provided by pertinent literature are discutted and revised (when necessary), to match the standard's conventions. Examples and its results are given with use of MATLAB program.*

Key words*: Solar Energy, Sun-Eath Geometry, Southern Hemisphere.*