

ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NO CAPACITOR TÉRMICO DE UM SECADOR SOLAR DE EXPOSIÇÃO INDIRETA

Brenda Fernandes Ribeiro (UFERSA) - bferrib@gmail.com

Antonio Gomes Nunes (UFERSA) - nunesag@ufersa.edu.br

Resumo:

Este artigo propõe uma modelagem matemática para a distribuição de temperatura na superfície do capacitor térmico de um protótipo de secador solar de exposição indireta. Para a construção do modelo, foram utilizados dados empíricos de temperatura e irradiação solar de nove dias de experimentos realizados na Universidade Federal de Campina Grande - UFCG. A modelagem baseou-se na lei de Fourier da condução térmica e na resolução de uma equação diferencial parcial não homogênea - com condições de contorno e geração de energia dependentes do tempo e condição inicial dependente da posição - através do método de expansão em autofunções. A comparação de 27 dados experimentais com os dados equivalentes obtidos através do modelo revelou um erro médio percentual de 2,17% para todas as temperaturas na unidade Kelvin.

Palavras-chave: *Secador solar, Condução de calor, Modelagem matemática*

Área temática: *Conversão Térmica com coletores planos*

Subárea temática: *Coletores Solares Térmicos e Componentes do Circuito*

ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NO CAPACITOR TÉRMICO DE UM SECADOR SOLAR DE EXPOSIÇÃO INDIRETA

Brenda Fernandes Ribeiro – bferrib@gmail.com

Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Centro de Engenharias

Antonio Gomes Nunes – nunesag@ufersa.edu.br

Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística

Resumo. *Este artigo propõe uma modelagem matemática para a distribuição de temperatura na superfície do capacitor térmico de um protótipo de secador solar de exposição indireta. Para a construção do modelo, foram utilizados dados empíricos de temperatura e irradiação solar de nove dias de experimentos realizados na Universidade Federal de Campina Grande – UFCG. A modelagem baseou-se na lei de Fourier da condução térmica e na resolução de uma equação diferencial parcial não homogênea – com condições de contorno e geração de energia dependentes do tempo e condição inicial dependente da posição – através do método de expansão em autofunções. A comparação de 27 dados experimentais com os dados equivalentes obtidos através do modelo revelou um erro médio percentual de 2,17% para todas as temperaturas na unidade Kelvin.*

Palavras-chave: *Secador solar, Condução de calor, Modelagem matemática*

1. INTRODUÇÃO

As aplicações de fontes de energia limpas, acessíveis e renováveis compõem um papel fundamental na promoção do desenvolvimento sustentável. Neste viés, Nunes (2016) propôs, em sua tese de doutorado, o estudo de um secador solar de exposição indireta com vasto potencial de utilização, principalmente no setor frutífero.

O protótipo construído e estudado (NUNES, 2016) realizou com eficiência a secagem de bananas do tipo prata (Musa spp.) e operou através de energia solar fotovoltaica e térmica. Foram realizados quatro experimentos, tendo o primeiro uma duração de três dias e os demais de dois dias, totalizando nove dias de coletas de dados, que analisaram o intervalo das 8h às 16h. Foram registrados dados de temperatura e irradiação solar a cada hora de experimento. O presente artigo tenciona investigar, através do desenvolvimento de um modelo matemático e com base nos dados coletados, como ocorre a transferência de calor por condução através da placa que empenha o papel de capacitor térmico no coletor solar.

O coletor solar analisado tem como capacitor térmico uma telha de fibrocimento pintada de preto fosco. Para a modelagem do problema, a telha foi considerada uma placa plana com condução unidimensional. Os dados experimentais de temperatura e irradiação solar foram utilizados na elaboração de uma equação diferencial parcial não homogênea com condições de contorno dependentes do tempo e condição inicial dependente da posição. Para que fossem inclusos os efeitos da irradiação solar, foi formulada uma equação de geração de energia térmica na telha variável com o tempo.

A resolução da equação diferencial parcial não homogênea foi feita através do método de expansão em autofunções – análogo ao método de variação de parâmetros aplicado em equações diferenciais ordinárias (FARLOW, 1982). O resultado final da resolução foi uma série de Fourier. Para a plotagem gráfica da resolução, realizada no software Mathematica, foram considerados os trinta primeiros termos da série. O erro médio percentual calculado para os dados de temperatura em Kelvin foi de 2,71%.

2. MODELO MATEMÁTICO

2.1 Protótipo e experimentos

O secador solar de exposição indireta elaborado e testado experimentalmente na secagem de frutas do tipo banana prata por Nunes (2016) possui como partes fundamentais: coletor solar – objeto de estudo do presente artigo –, câmara de secagem e sistema de medição de dados. A Figura 1 apresenta uma vista superior do protótipo com indicação de cada componente.

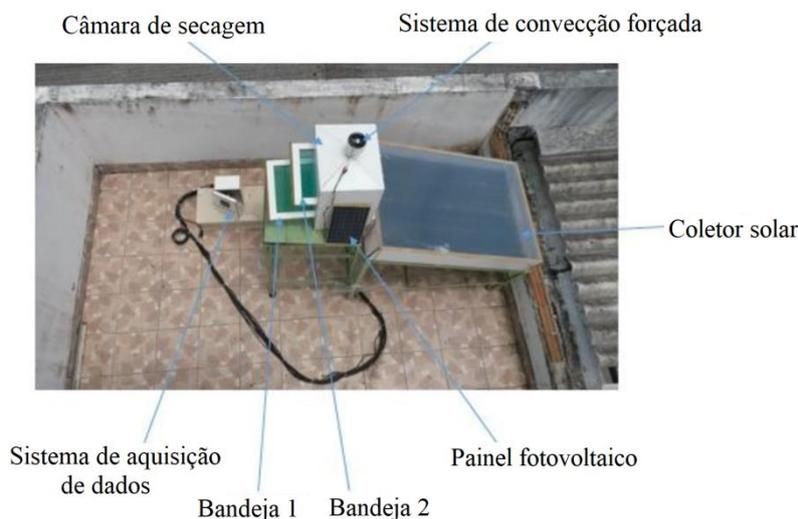


Figura 1 - Vista de cima do coletor solar com indicação de cada componente (NUNES, 2018).

Os testes com o protótipo foram realizados no Laboratório Experimental de Máquinas Térmicas (LEMT) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), situado na cidade de Campina Grande no estado da Paraíba. Foram realizados quatro experimentos de secagem de bananas do tipo prata, tendo sido o primeiro realizado em três dias, com duração total de 24 horas, e os demais realizados em dois dias, com duração total de 16 horas cada. Os dados empíricos foram coletados nos dias: 12 a 14 de março; 26 e 27 de março; 28 e 29 de abril; e 26 e 27 de maio de 2015 no período compreendido entre as 8h00min e as 16h00min de cada dia.

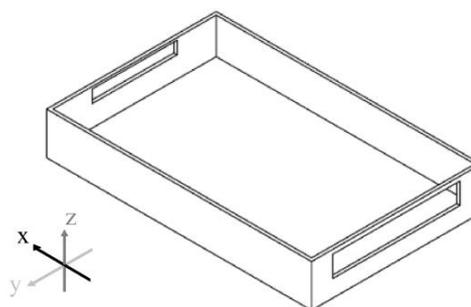
Para a coleta dos dados de temperatura foram utilizados dez termopares, sendo seis distribuídos no coletor solar e quatro na câmara de secagem. Os dados de irradiação solar foram obtidos através da estação meteorológica do LEMT/UFCG (NUNES, GRILO, 2017) – modelo HD32MT.1, SN 11031486 e FW 0714141114. Também foram coletados dados de variações de massa das bananas e dados referentes à umidade e velocidade do ar de secagem.

2.2. Considerações de eixo de condução e formato da telha

O protótipo (Figura 2-a) é composto por uma bandeja de fibras de média densidade (MDF), uma telha de fibrocimento pintada de preto fosco de dimensões 0,7x1,25 m e uma cobertura de policarbonato alveolar. A presença da bandeja (Figura 2-b) e da cobertura de policarbonato implicam no isolamento da telha em dois eixos. Portanto, é cabível considerar que as variações de temperatura são mais significativas ao longo do eixo X (Figura 2-b), devido às aberturas de entrada e saída de ar da bandeja. Ao considerar a condução no coletor unidimensional, é possível, por aproximação, considerar, para fins de análise térmica, o formato da telha (ondulada) como sendo uma placa plana.



(a)



(b)

Figura 2 - (a) Protótipo de secador solar elaborado e estudado por Nunes (2018).

(b) Desenho esquemático da bandeja que compõe o coletor solar do protótipo.

A validação da consideração de condução unidimensional é possível através da análise dos dados empíricos coletados: os termopares distribuídos ao longo do eixo Y na superfície da telha apresentaram, para um mesmo momento

de medição, variações de temperatura bastante inferiores às observadas nos termopares distribuídos ao longo do eixo X.

A Figura 3 ilustra a distribuição dos termopares utilizados nos experimentos e as temperaturas medidas no coletor do secador solar para um dia de experimento. Os dados coletados revelam que as diferenças de temperatura entre os termopares Tp5 e Tp6 – que estão aproximadamente na mesma posição ao longo do eixo X, com variação em Y – são consideravelmente menores do que as variações nos termopares de mesma posição ao longo do eixo Y – com variação de posição em X –: Tp2, Tp4 e Tp5 para um período de experimento majoritário.

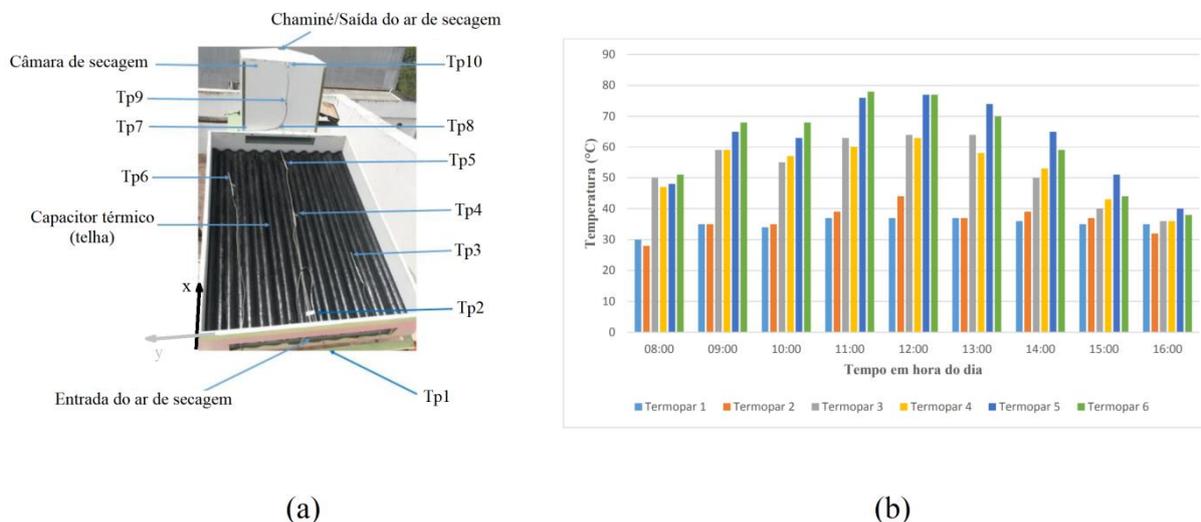


Figura 3 - (a) Indicação das partes do secador solar e da distribuição dos termopares utilizados nos experimentos. (b) Gráfico da distribuição de temperatura no coletor solar para um dia de teste experimental (26/03/2015).

2.3. Equação da condução de calor

A lei de Fourier da condução térmica estabelece que a taxa de transferência de calor (\dot{Q}) através de um meio é proporcional ao gradiente de temperatura e à área normal à direção da transferência (A) (ÇENGEL, 2012) – dada em m^2 . Para uma condução unidimensional ao longo do eixo X, tem-se, Eq. (1):

$$\dot{Q} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Onde k (W/m·K) é uma constante de proporcionalidade denominada *condutividade térmica*, que varia de acordo com o material (ÇENGEL, 2012).

Para uma condução unidimensional com condutividade constante e geração de energia térmica (\dot{e}_{ger}) na placa, a equação em coordenadas retangulares torna-se, Eq. (2):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{ger}}{k} \right) \quad (2)$$

Onde α é a difusividade térmica do material, dada pelo quociente da condutividade (k) pelo produto entre densidade e calor específico do material ($\rho \cdot c$).

Para a elaboração da equação diferencial parcial referente ao caso estudado, a geração de energia foi considerada uma função variável com o tempo, assim como as condições de contorno. Todas as equações foram formuladas com base nos dados experimentais coletados por Nunes (2016). As constantes k , ρ e c para o fibrocimento – material que compõe a telha estudada – foram extraídas da norma NBR15220 (ABNT, 2005).

2.4. Formulação das equações de condição inicial, condições de contorno e geração de energia

A equação diferencial parcial norteadora do problema modelado é dada pela, Eq. (3):

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + E(t) \quad (3)$$

Onde a difusividade térmica é dada por $\alpha = 0,0005952 \text{ m}^2/\text{s}$ (ABNT, 2005) e $E(t)$ corresponde à equação de geração de energia na placa, adotada para que fossem inclusos os efeitos da irradiação solar. A função $E(t)$ é diretamente proporcional à irradiação solar variante com o tempo $I(t)$ e à eficiência do coletor ε , e é inversamente proporcional à densidade e ao calor específico do fibrocimento – material que compõe a telha. Tem-se, portanto que, Eq. (4):

$$E(t) = \frac{1}{\rho c} \cdot \varepsilon \cdot I(t) \quad (4)$$

Para a densidade do fibrocimento foi adotado o valor $\rho = 1900 \text{ kg/m}^3$ (ABNT, 2005). O calor específico do fibrocimento foi considerado $c = 0,84 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ (ABNT, 2005). O valor adotado para a eficiência do coletor $\varepsilon = 19,89\%$ levou em consideração a média das eficiências calculadas por Nunes (2016) para cada experimento realizado.

Para a obtenção da função de irradiação $I(t)$ foram utilizados os dados de irradiação média coletados a cada hora nos nove dias de experimento (Tabela 1). Na função, a unidade de irradiação é W/m^2 e o tempo é dado em segundos. Foi considerado como tempo inicial o horário de início dos experimentos (8h00min).

Tabela 1 - Processamento dos dados experimentais de irradiação solar.

Tempo (s)	Irradiação Solar (W/m^2)									
	DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7	DIA 8	DIA 9	MÉDIA
0	400	430	675	680	575	675	670	370	430	545,000
3600	780	595	820	830	850	830	840	450	780	752,778
7200	980	790	720	720	1020	725	725	565	920	796,111
10800	980	1000	1000	1010	1050	1010	1005	810	900	973,889
14400	985	1000	980	970	950	980	980	750	660	917,222
18000	760	670	950	920	650	925	930	800	720	813,889
21600	820	420	780	775	650	780	780	410	630	671,667
25200	590	460	600	600	520	600	610	300	580	540,000
28800	225	225	260	270	240	270	260	200	190	237,778

A equação de segundo grau obtida para $I(t)$ é dada pela Eq. (5) e possui coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,975.

$$I(t) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + 0,0604 \cdot t + 547,9 \quad (5)$$

Substituindo os valores das constantes ρ , c e ε e a função $I(t)$, tem-se, a Eq. (6):

$$E(t) = \frac{1}{1900 \cdot 0,84} \cdot 0,1989 \cdot (-2 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + 0,0604 \cdot t + 547,9) \quad (6)$$

As equações das condições de contorno foram determinadas através da análise e processamento dos dados dos termopares Tp1 e Tp7, que correspondem, respectivamente, à entrada do coletor (temperatura ambiente) e à saída do coletor (temperatura na entrada da câmara de secagem). Foram gerados polinômios de terceiro grau, que apresentaram coeficientes de determinação satisfatórios.

A Tabela 2 relaciona os dados aplicados na formulação das equações de contorno $T_1(t)$ – elaborada através dos valores coletados para Tp1 – e $T_2(t)$ – elaborada com os valores de Tp7 – que, respectivamente, correspondem às temperaturas de entrada e saída do ar do coletor.

Tabela 2 - Processamento dos dados experimentais para a formulação das condições de contorno.

CONDIÇÃO DE CONTORNO: ENTRADA DO AR (Tp1)										
Tempo (s)	Temperaturas (°C)									TEMPERATURA MÉDIA (K)
	DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7	DIA 8	DIA 9	
0	27	28	29	30	27	29	26	29	27	301,15
3600	32	31	34	35	34	33	32	31	33	305,9278
7200	33	32	35	34	35	34	34	34	34	307,0389
10800	34	35	36	37	35	37	35	35	36	308,7056
14400	36	35	36	37	35	37	35	34	36	308,8167
18000	35	35	35	37	36	37	36	35	37	309,0389
21600	35	34	35	36	35	36	37	36	38	308,9278
25200	33	34	–	35	35	34	36	35	38	308,15
28800	33	34	33	35	34	–	36	–	36	307,5786

CONDIÇÃO DE CONTORNO: SAÍDA DO AR (Tp7)										
Tempo (s)	Temperatura (°C)									TEMPERATURA MÉDIA (K)
	DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7	DIA 8	DIA 9	
0	34	30	40	41	33	38	31	39	36	308,9278
3600	46	45	49	52	46	47	42	46	54	320,5944
7200	51	42	52	52	56	50	48	47	55	323,4833
10800	52	55	53	58	57	53	52	58	52	327,5944
14400	50	55	55	59	55	55	55	52	48	326,9278
18000	45	49	51	57	52	48	46	54	52	323,5944
21600	40	43	46	50	52	42	46	41	52	318,9278
25200	37	37	38	43	44	37	45	38	46	313,7056
28800	34	39	47	37	38	–	37	–	37	311,5786

Nota: Os dados omissos foram suprimidos por não terem sido coletados ou por terem apresentado divergências incomuns.

Os polinômios $T_1(t)$ e $T_2(t)$ são dados pelas equações Eq. (7) e Eq. (8) e apresentam coeficientes de determinação respectivamente iguais a: 0,977 e 0,982. Nas equações, a unidade de temperatura adotada é Kelvin e o tempo é dado em segundos.

$$T_1(t) = 8 \cdot 10^{-13} \cdot t^3 - 6 \cdot 10^{-8} \cdot t^2 + 0,0012 \cdot t + 301,51 \quad (7)$$

$$T_2(t) = 3 \cdot 10^{-12} \cdot t^3 - 2 \cdot 10^{-7} \cdot t^2 + 0,0037 \cdot t + 309,04 \quad (8)$$

A equação de condição inicial $\varphi(x)$ consiste em um polinômio de segundo grau definido pela relação entre a posição x e a temperatura inicial média φ para os nove dias de experimento dos termopares Tp2, Tp4 e Tp5 (Tabela 3).

Tabela 3 - Dados referentes à condição inicial.

TERMOPAR	TEMPERATURA MÉDIA EM $t = 0s$ (Kelvin)	DISTÂNCIA DA ENTRADA DE AR (m)
Tp2	302,5944	0
Tp4	314,9278	0,63
Tp5	314,4833	0,84

Por tratar-se de um polinômio de segundo grau traçado a partir de três pontos, a função $\varphi(x)$, que é dada pela Eq. (9), possui $R^2 = 1$.

$$\varphi(x) = -25,825 \cdot x^2 + 35,847 \cdot x + 302,59 \quad (9)$$

2.5. Modelo matemático e método de resolução da equação diferencial parcial

O modelo matemático proposto consiste, portanto, numa placa plana de comprimento $L = 1,25$ m com condução unidimensional ao longo do eixo X (Eq. 3), condições de contorno dadas por $T_1(t)$ (Eq. 7) e $T_2(t)$ (Eq. 8), condição inicial $\varphi(x)$ (Eq. 9) e geração de energia térmica $E(t)$ (Eq. 6). A Figura 4 ilustra esquematicamente o problema modelado.

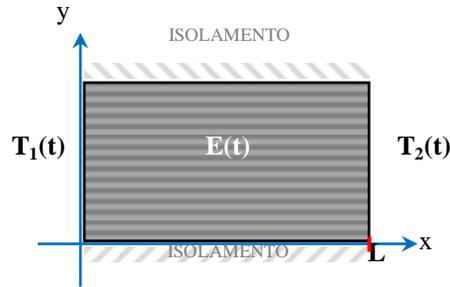


Figura 4 - Desenho esquemático referente à modelagem do problema.

A equação diferencial parcial formulada é não homogênea devido a consideração de geração de energia na telha. Além disso, as condições de contorno também são não homogêneas por não serem nulas. Para a resolução desta equação, foi necessário gerar uma segunda equação diferencial associada à primeira, entretanto com condições de contorno homogêneas. Para isso, a função $T(x, t)$ foi decomposta em uma equação de estado estacionário $S(x, t)$ – que define a distribuição de temperatura considerando-se uma situação de equilíbrio térmico na telha – e uma de estado transiente $U(x, t)$, tal que, Eq. (10):

$$T(x, t) = S(x, t) + U(x, t) \quad (10)$$

Onde:

$$S(x, t) = T_1(t) + \frac{x}{L} \cdot [T_2(t) - T_1(t)] \quad (11)$$

Desta forma:

$$T(x, t) = T_1(t) + \frac{x}{L} \cdot [T_2(t) - T_1(t)] + U(x, t) \quad (12)$$

Portanto:

$$U(x, t) = T(x, t) - \left\{ T_1(t) + \frac{x}{L} \cdot [T_2(t) - T_1(t)] \right\} \quad (13)$$

Para $U(t, x)$, as condições de contorno são nulas, ou seja:

$$U(0, t) = U(L, t) = 0 \quad (14)$$

Desta forma, a nova equação diferencial com condições de contorno nulas é dada pela Eq. (15):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + E(t) - \frac{\partial S}{\partial t} \quad (15)$$

Como condição inicial, tem-se:

$$U(x, 0) = \varphi(x) - S(x, 0) \quad (16)$$

A nova equação pode, então, ser resolvida através do método de expansão em autofunções, que é análogo ao método de variação de parâmetros utilizado na resolução de equações diferenciais ordinárias não homogêneas (FARLOW, 1982) por partir da resolução da equação homogênea associada à não-homogênea. No caso estudado, a equação homogênea associada é dada pela Eq. (17).

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (17)$$

Aplicando o método de separação de variáveis (ZILL, CULLEN, 2001), ou seja, para $U(x,t) = X_n(x) \cdot \Gamma_n(t)$, tem-se, a Eq. (18):

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (18)$$

Para que a função $\Gamma_n(t)$ seja encontrada, supõe-se uma função $f_n(t)$ tal que a parte não homogênea da equação diferencial parcial seja dada por, Eq. (19):

$$E(t) - \frac{\partial S}{\partial t} = F(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (19)$$

Multiplicando toda a equação por $X_n(x)$ e integrando ambos os lados de 0 a L com relação a x obtém-se $f_n(t)$, Eq. (20):

$$f_n(t) = \frac{2}{L} \cdot \int_0^L F(x, t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \quad (20)$$

Desenvolvendo a equação diferencial com os termos encontrados, tem-se a Eq. (21) e Eq. (22):

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - F(x, t) = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \cdot \frac{\partial \Gamma_n(t)}{\partial t} - \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^2 X_n(x)}{\partial x^2} \cdot \Gamma_n(t) - \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \cdot X_n(x) = 0 \quad (22)$$

Portanto,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\partial \Gamma_n(t)}{\partial t} + \alpha \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \Gamma_n(t) - f_n(t) \right] \cdot X_n(x) = 0 \quad (23)$$

Como $X_n(x)$ não possui valor nulo para todo x , tem-se na Eq. 23 uma equação diferencial ordinária que pode ser resolvida para que a função $\Gamma_n(t)$ seja determinada. O problema de valor inicial utilizado na resolução da EDO encontrada é determinado desenvolvendo-se a Eq. 16 de forma similar ao que foi feito com a Eq.(19). Desta forma, é encontrada a condição inicial $\Gamma_n(0)$ (Eq. 24).

$$\Gamma_n(0) = \frac{2}{L} \cdot \int_0^L [\varphi(x) - S(x, 0)] \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \quad (24)$$

Resolvendo o PVI dado pela Eq. (24), tem-se a Eq. (25):

$$\Gamma_n(t) = \left[\frac{2}{L} \cdot \int_0^L [\varphi(x) - S(x, 0)] \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \right] \cdot e^{-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha t} + \left[\int_0^t e^{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha \tau} \cdot f_n(\tau) \cdot d\tau \right] \cdot e^{-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha t} \quad (25)$$

O resultado final da resolução, em função das equações primárias $T_1(t)$, $T_2(t)$, $\varphi(x)$ e $E(t)$ e das constantes L e α , é dado pela série de Fourier expressa na Eq. (26).

$$\begin{aligned} T(x, t) = & T_1(t) + \frac{x}{L} \cdot [T_2(t) - T_1(t)] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{L} \cdot \int_0^L \left\{ \varphi(x) - \left[T_1(0) + \frac{x}{L} \cdot [T_2(0) - T_1(0)] \right] \right\} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \right\} \cdot e^{-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha t} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_0^t e^{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha \tau} \cdot \left\{ \frac{2}{L} \cdot \int_0^L \left[-\frac{dT_1(\tau)}{d\tau} - \frac{x}{L} \cdot \frac{dT_2(\tau)}{d\tau} + \frac{x}{L} \cdot \frac{dT_1(\tau)}{d\tau} + E(\tau) \right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \right\} \cdot d\tau \right\} \\ & \cdot e^{-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \alpha t} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

2.6. Plotagem da solução e comparação com os dados experimentais

Para a representação gráfica da função encontrada $T(x,t)$, foram considerados os trinta primeiros termos da série de Fourier obtida – ou seja, as séries contidas na Eq. 10 tiveram n (inteiro) variando de 1 a 30. Como, ao longo da realização dos experimentos, a telha passou por processo de aquecimento seguido de resfriamento, foram elaborados dois gráficos que expressam a temperatura na telha – em Kelvin – em função da posição – em metros, medida com relação à entrada de ar do coletor.

O período de aquecimento da telha (Figura 5-a) ocorreu em torno das primeiras quatro horas de coleta de dados, ou seja, das 8h00min às 12h00min do dia, o que equivale a uma variação no tempo de experimento dada por $0 \leq t \leq 4h$. Já o período de resfriamento (Figura 5-b), que compreende as horas finais de cada dia de experimento, pode ser observado das 12h00min às 16h00min (horário de conclusão do período diário de medições), ou seja, para $5h \leq t \leq 8h$.

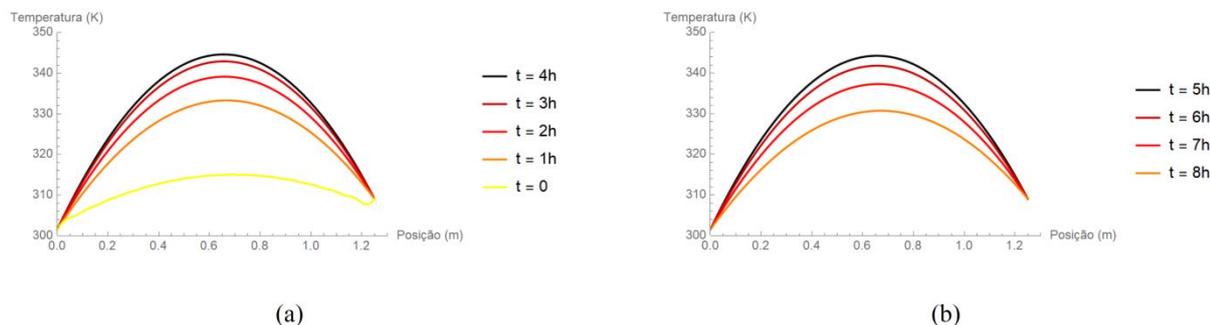


Figura 5 - Gráficos de temperatura (K) em função da posição (m) plotados no software *Mathematica* para os períodos de (a) aquecimento da telha e (b) resfriamento da telha.

O erro médio percentual $\epsilon_{\%}$ foi calculado através da Eq. (27). Os valores de referência para o cálculo do erro foram os dados experimentais dos termopares (Tp2, Tp4 e Tp5).

$$\epsilon_{\%} = 100\% \cdot \frac{\sum_{n=1}^{27} |T_n - T_{n \text{ exp.}}|}{27} \quad (27)$$

Onde T_n corresponde ao n ésimo valor de temperatura encontrado através da função $T(x,t)$ para a mesma posição x e tempo t do n ésimo valor experimental $T_{n \text{ exp.}}$. Como foram consideradas as temperaturas em nove momentos distintos para cada um dos termopares analisados (Tp2, Tp4 e Tp5), tem-se n variando de 1 a 27. Para efeitos de comparação, as linhas de tendências geradas com os dados experimentais são representadas nos gráficos da Figura 6.

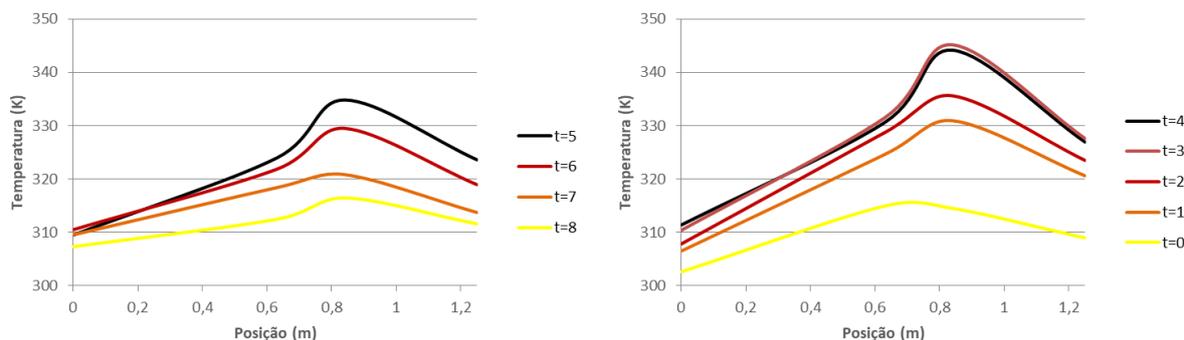


Figura 6 - Gráficos de temperatura (K) em função da posição (m). Linhas de tendência plotadas com base nos dados experimentais

O erro médio percentual foi de 2,71%, com valores que variaram entre 0,002% e 6,25% dentre os vinte e sete pontos avaliados. Todos os valores de erro calculados referem-se a temperaturas na unidade Kelvin.

3. CONCLUSÕES

O modelo matemático proposto no presente artigo representou adequadamente a distribuição de temperatura na superfície do capacitor térmico (coletor) de um secador solar de exposição indireta. O erro percentual obtido para os dados empíricos coletados por Nunes (2016) foi inferior a 3%. Apesar de tratar-se de um erro expressivo para temperaturas na unidade Kelvin, as curvas obtidas com o modelo (Figura 5) e as curvas traçadas com os dados experimentais (Figura 6) se assemelham no que diz respeito a: o processo de aquecimento e resfriamento ao longo do dia; a posição do ponto mais quente da telha (próximo ao centro).

As considerações de condições de contorno e geração de energia no capacitor térmico dependentes do tempo e condição inicial dependente da posição tornam a aplicabilidade do modelo mais abrangente, não somente para condições meteorológicas diversas como também para outras situações de condução de calor que não a de um capacitor térmico de secador solar.

As considerações de condução unidimensional e a simplificação dos efeitos da radiação solar são fatores passíveis de aprimoramento, portanto, para trabalhos futuros, sugere-se a consideração de outras formas de transferência de calor (convecção e radiação), bem como a condução em dois ou três eixos a fim de obter-se um modelo matemático aprimorado que seja ainda mais fiel à realidade e possua um menor erro percentual.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 15220-2: Desempenho Térmico de Edificações - parte 2: Métodos de cálculo da transmitância térmica, da capacidade térmica, do atraso térmico e do fator solar de elementos e componentes de edificações. Rio de Janeiro, 2005.
- Çengel, Y.A. Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática, 4ª Edição, Editora McGrawHill, 2012.
- Farlow, S.J. Partial differential equations for scientists and engineers. Wiley, New York: Dover, 1982. 448p.
- Nunes et al., 2018. Secador Solar usado na Secagem de Banana, Gramado - Rio Grande do Sul, VII CBENS VII Congresso Brasileiro de Energia Solar, Gramado.
- Nunes, A.G. Desenvolvimento experimental de um secador solar multienergético para secagem de frutas. 2016. 175f. Tese (Doutorado) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Campina Grande – PB, 2016.
- Nunes, A.G.; Grilo, M.B. Desenvolvimento experimental de um secador solar multienergético. 1. ed. Novas Edições Acadêmica, 2017. v. 1. 175p.
- Zill, D.G.; Cullen, M.K. Equações diferenciais, vol. 2. São Paulo: Makron Books, 2001. 3ª ed.

TEMPERATURE DISTRIBUTION ANALYSIS IN THE THERMAL ABSORBER OF AN INDIRECT SOLAR DRYER

Abstract. *This article proposes a mathematical modeling for the temperature distribution along a surface. The model was developed based on the Fourier's law of heat conduction and tested on empirical data obtained in 9 days of experiments performed on an indirect exposure solar dryer at UFCG (Campina Grande, PB, Brazil). The initial condition was considered position-dependent and the boundary conditions were considered position and time-dependent, as well as the heat generation equation added to the model to include the effects of solar irradiation. The application of Fourier's law of conduction resulted in a non-homogeneous partial differential equation, which was solved using the eigenfunction expansion method. The comparison between 27 experimental data and the equivalent data obtained through the model revealed an average percentage error of 2.17% for all temperature data given in Kelvin.*

Key words: *Solar dryer, Heat conduction, Mathematical modeling.*